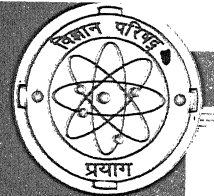
ISSN : 0505-5806

विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका

The Research Journal of
the Hindi Science Academy

विज्ञान परिषद्

महर्षि दयानन्द मार्ग, इलाहाबाद-

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika

विषय सूची

Vol.46 April 2003 No.2

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 46, No. 2, April 2003

वनस्पतीय औषधि अनुसन्धान व विकास की दिशाएँ और औषधियों की व्याप्ति - एक समीक्षा

सुशील कुमार, संजय कुमार राय तथा शशी पांडेय राय
राष्ट्रीय पौधा जिनोमिक्स अनुसंधान केन्द्र, पोस्ट बाक्स 10531
जवाहरलाल नेहरू विश्वविद्यालय परिसर, नई दिल्ली - 67
एवं
अशोक कुमार
केन्द्रीय औषधीय व सगंध पौधा संस्थान, लखनऊ - 15

[प्राप्त - सितम्बर 15, 2002]

सारांश

भारत में वनस्पतीय औषधि अनुसंधान एवं उसके विकास की दिशाओं के साथ ही औषधियों की व्याप्ति की समीक्षा की गई है।

Abstract

Trends in plant medicinal research and development and scope of medicines - A Review. *By* Shushil Kumar, Sanjay Kumar Rai and Shashi Pandey. National Genomics Research Centre, J.N.U. Campus, New Delhi and Ashok Sharma, Central Medicinal and Aromatic Plants Institute, Lucknow (U.P.)

Research and scope regarding medicinal plants in India has been reviewed.

पिछले दशक में जड़ीबूटी/शाखापात पर आधारित औषधियों का प्रयोग आश्चर्यजनक रूप से व्यापक हो गया है। वनस्पतीय औषधियों का प्रयोग अब उन्नत देशों में उन्नतशील देशों की तरह विस्तृत हो गया है। अब सभी देशों में वनस्पतीय औषधियाँ डाक्टर के नुस्खे

के बिना दवाई की दुकान पर मिल जाती है। पौधीय औषधियों की विश्ववयापी उपलब्धता और उपयोग में वृद्धि के कई कारण हैं : (1) यह सिद्ध हो जाना कि दीर्घस्थायी रोग, जैसे मधुमेह एवं पेट के अन्य विकार, हृदय रोग, गठिया एवं अन्य शारीरिक दर्द, कैन्सर,तन्त्रीय विकार जैसे मिर्गी, स्मरणशक्ति क्षीणता, पारकिनसन व अल्जाइमर व्याधियाँ तथा कई अन्य प्रकार के रोग अनुवांशिक होते हैं । इस कारण रोगों के लक्षणों को कम करने हेतु दवाई को निरंतर लेना आवश्यक है । (2) विभिन्न पौधीय-औषधियों की क्षमता का अनुसंधान द्वारा सिद्ध हो जाना । (3) रासायनिक संकलन विधि द्वारा तैयार की गई औषधियों का मँहगा होना, जिसके कारण आम रोगों का उपचार-व्यय सभी देशों के आम नागरिकों की आय-परिधि से बाहर हो गया है । (4) संकलित औषधियों के सेवन से रोगियों में नई व्याधियों का जनन, अर्थात् दवाइयों के सेवन में अनावश्यक बढ़ोत्तरी । (5) संक्रामक जीवाणुओं में प्रतिकारिता विकसित हो जाने से एंटिबायोटिक दवाइयों का निष्फल हो जाना एवं (6) महामारियों में दवाइयों की अपर्याप्तता ।

उपर्युक्त स्थितियों में विश्व भर में कई प्रयोगशालाएँ औषधीय पौधों के सक्रिय तत्वों / परमाणुओं को नई औषधियों में परिवर्तित कर रही हैं। इन प्रयोगों में नये जैव विज्ञान-जिनोमिक्स द्वारा प्रदत्त ज्ञान एवं द्रव्य उपयोगी सिद्ध हो रहे हैं और औषध विकास की भावी गति चमत्कारिक वनस्पतिक तत्वों पर आधारित होंगी।

पौधों में औषधीय पदार्थ क्यों ?

मानव तथा पौधों में अधिकाधिक आनुवांशिक इकाई (जीन) समान है । ऐसा इसलिये है कि वे जैव विकास क्रम में एक दूसरे के सम्बन्धित हैं। जैव विकास में पौधों का क्रम जन्तुओं के बाद आता है। पौधों ने शाकग्राही जन्तुओं से बचाव हेतु कुछ जीन जन्तुओं से अपना लिये। इसी कारण पौधों में बहुत से ऐसे तत्व होते हैं जो विभिन्न विकारशील व्यक्तियों में वांछित हैं। इस कारण से इन पौधों के सम्बन्धित अवयवों का उपयोग करने से मानव जाति के विभिन्न रोग उपचारित हो जाते हैं। इस तथ्य की अनुभूति आदि मानव को हो गयी थी ।

औषधीय विज्ञान का प्रारम्भ

विश्व के विभिन्न भागों में मानव समाज तथा सभ्यता के उदय के साथ-साथ प्रयोगों द्वारा पौधों के औषधीय गुणों का ज्ञान बढ़ा और औषधीय पौधों के उपयोग की विधियों का भी जन्म हुआ। लगभग 3000 से 2000 वर्ष पूर्व एशिया प्रायद्वीप में भारत में आयुर्वेद एवं चीन में आयुर्वेद से मिलती-जुलती औषध पद्धतियों का उदय हुआ । भारत के पुरातन ग्रन्थ ऋग्वेद तथा अन्य ग्रन्थों, जैसे चरक, सुश्रुत एवं अष्टांग संग्रह जैसी प्राचीनतम संहिताओं में वानस्पतिक औषधियों के विषय में पुरातन गूढ़ जानकारी संचित है। चरक संहिता में 1100,

सुश्रुत में 1270 एवं अष्टांग संग्रह में 1150 औषधीय वनस्पतियों का वर्णन मिलता है । यूनान और अरब देशों में भी पाश्चात्य जगत की औषधीय प्रणाली का उदय 2000 से 1000 वर्ष पूर्व हुआ । इस प्रणाली का एक रूप लगभग 700 साल पहले भारत में आया और यहां पर यह आयुर्वेद से प्रभावित हुआ जो अब यूनानी चिकित्सा प्रणाली के नाम से जाना जाता है। इन सभी चिकित्सा पद्धतियों में मुख्य रूप से पौंधों का औषधि के रूप में प्रयोग होता है। इनमें बहुत सी समानतायें हैं। चूंकि उनमें प्रचलित पौधों को सभी जगह उगाया जा सकता है अतः वे एक दूसरे की पूरक बन गयी हैं।सर्वेक्षण द्वारा सभी वनस्पतीय औषधीय प्रणालियों के विवेचन से पता चलता है कि लगभग 1000 पौधों से ही मुख्य औषधियाँ प्राप्त होती हैं, यद्यपि विश्व भर में 250,000 जातियों (स्पीसीज) के पौधे पाये जाते हैं । इनमें से लगभग 100 पौधों से वे औषधियाँ बनती हैं जिनको अब प्रायः सभी देशों में बगैर नुस्खे के दुकानों से प्राप्त कर सकते हैं। भविष्य में हर रोगी के लिए वनस्पतीय औषधियों की उपलब्धता सुनिश्चित करने के लिए यह आवश्यक हो गया है कि औषधीय पौधों की उपलब्धता एवं उनकी गुणवत्ता सुनिश्चित कर दी जाये।

अन्तर्राष्ट्रीय उपयोग के औषधीय पौधे एवं उनके द्रव्यों का बाजार

इस समय अन्तर्राष्ट्रीय बाजार में वनस्पतीय औषधियों का अनुमानित विक्रय मूल्य 7.5 लाख करोड़ रुपये आंका गया है, जिसमें भारत का अंश 2 प्रतिशत से भी कम है। इस प्रकार भारत के लिये वनस्पतीय औषधियों के व्यापार में बढोत्तरी करने का अवसर है, अन्तर्राष्ट्रीय प्रयोगोचित वनस्पतीय औषधीय द्रव्यों का निर्यात कर भारत अधिक धन जुटा सकता है, रोजगार बढ़ा सकता है और अपने नागरिकों के स्वास्थ्यवर्धन हेतु समुचित मात्रा में औषधियाँ उपलब्ध करा सकता है।

सारणी 1 में उन पौधों की सूची दी गयी है जिनके पदार्थों से निर्मित विश्वसनीय औषधियाँ बाजार में बिक रही हैं। इन दवाइयों के प्रयोग से आम रोगों की रोकथाम हो जाती है । **सारणी 2** में उन पौधों की सूची दी गयी है जिनसे आधुनिक उपचार की एलोपैथिक विधि की दवाइयाँ बनायी जाती है उपर्युक्त उद्देश्यों की पूर्ति हेतु इन सारणियों में दिये गये पौधों की भारत में खेती करना अति आवश्यक है ।

औषधीय पौधों का कृषिकरण

भारत में छोटी जोत वाले किसानों का बाहुल्य है अतः सघन खेती एवं कार्बनिक खेती को प्रोत्साहित करना सम्भव है। हमारे देश में जलवायु के अनुसार तीन फसलें ली जाती हैं जिसमें खाद्य फसलों व सब्जियों की काश्त एक के बाद एक श्रंखलाबद्ध की जाती हैं। इस प्रकार के फसल चक्र में औषधीय पौधों का समन्वय सफलतापूर्वक स्थापित किया जा सकता है । सघन खेती द्वारा एक ही खेत या क्षेत्र से खाद्यान्न, सब्जियाँ और औषधियाँ प्राप्त की जा

सुश्रुत में 1270 एवं अष्टांग संग्रह में 1150 औषधीय वनस्पतियों का वर्णन मिलता है । यूनान और अरब देशों में भी पाश्चात्य जगत की औषधीय प्रणाली का उदय 2000 से 1000 वर्ष पूर्व हुआ । इस प्रणाली का एक रूप लगभग 700 साल पहले भारत में आया और यहां पर यह आयुर्वेद से प्रभावित हुआ जो अब यूनानी चिकित्सा प्रणाली के नाम से जाना जाता है। इन सभी चिकित्सा पद्धतियों में मुख्य रूप से पौधों का औषधि के रूप में प्रयोग होता है। इनमें बहुत सी समानतायें हैं। चूंकि उनमें प्रचलित पौधों को सभी जगह उगाया जा सकता है अतः वे एक दूसरे की पूरक बन गयी हैं।सर्वेक्षण द्वारा सभी वनस्पतीय औषधीय प्रणालियों के विवेचन से पता चलता है कि लगभग 1000 पौधों से ही मुख्य औषधियाँ प्राप्त होती हैं, यद्यपि विश्व भर में 250,000 जातियों (स्पीसीज) के पौधे पाये जाते हैं । इनमें से लगभग 100 पौधों से वे औषधियाँ बनती हैं जिनको अब प्रायः सभी देशों में बगैर नुस्खे के दुकानों से प्राप्त कर सकते हैं। भविष्य में हर रोगी के लिए वनस्पतीय औषधियों की उपलब्धता सुनिश्चित करने के लिए यह आवश्यक हो गया है कि औषधीय पौधों की उपलब्धता एवं उनकी गुणवत्ता सुनिश्चित कर दी जाये।

अन्तर्राष्ट्रीय उपयोग के औषधीय पौधे एवं उनके द्रव्यों का बाजार

इस समय अन्तर्राष्ट्रीय बाजार में वनस्पतीय औषधियों का अनुमानित विक्रय मूल्य 7.5 लाख करोड़ रुपये आंका गया है, जिसमें भारत का अंश 2 प्रतिशत से भी कम है। इस प्रकार भारत के लिये वनस्पतीय औषधियों के व्यापार में बढोत्तरी करने का अवसर है, अन्तर्राष्ट्रीय प्रयोगोचित वनस्पतीय औषधीय द्रव्यों का निर्यात कर भारत अधिक धन जुटा सकता है, रोजगार बढ़ा सकता है और अपने नागरिकों के स्वास्थ्यवर्धन हेतु समुचित मात्रा में औषधियाँ उपलब्ध करा सकता है।

सारणी 1 में उन पौधों की सूची दी गयी है जिनके पदार्थों से निर्मित विश्वसनीय औषधियाँ बाजार में बिक रही हैं। इन दवाइयों के प्रयोग से आम रोगों की रोकथाम हो जाती है । **सारणी 2** में उन पौधों की सूची दी गयी है जिनसे आधुनिक उपचार की एलोपैथिक विधि की दवाइयाँ बनायी जाती है उपर्युक्त उद्देश्यों की पूर्ति हेतु इन सारणियों में दिये गये पौधों की भारत में खेती करना अति आवश्यक है ।

औषधीय पौधों का कृषिकरण

भारत में छोटी जोत वाले किसानों का बाहुल्य है अतः सघन खेती एवं कार्बनिक खेती को प्रोत्साहित करना सम्भव है। हमारे देश में जलवायु के अनुसार तीन फसलें ली जाती हैं जिसमें खाद्य फसलों व सब्जियों की काश्त एक के बाद एक श्रंखलाबद्ध की जाती हैं। इस प्रकार के फसल चक्र में औषधीय पौधों का समन्वय सफलतापूर्वक स्थापित किया जा सकता है । सघन खेती द्वारा एक ही खेत या प्रक्षेत्र से खाद्यान्न, सब्जियाँ और औषधियाँ प्राप्त की जा

सकती हैं। नये प्रकार के फसल-चक्रों को सफल करने के लिये औषधीय पौधों की कम अवधि में तैयार होने वाली प्रजातियों की संरचना आवश्यक है। इस प्रकार की मिश्रित/सघन खेती का एक सफल उदाहरण भारतीय मैदानी क्षेत्रों में आजकल प्रचलित हो गया है। वह है- खरीफ में धान या अरहर, रबी में गेहूँ, चना, आलू या सरसों और ग्रीष्म (जायद) ऋतु में - मेन्थॉल युक्त पुदीना। पुदीने की शाखों से आसवित मेन्थॉल युक्त तेल की विश्व भर में विभिन्न प्रकार के प्रसाधनों व खाद्यपदार्थों को सुगन्धित करने के लिये, औषधियों व कृषि रसायनों के रूप में अत्यधिक मांग है। चूँकि तेल व मेन्थॉल के विक्रय से अधिक आय होती है, पुदीने की खेती करने वाले किसानों की आय में दोगुना इजाफा हो गया है। पुदीना क्षेत्र के गांवों व शहरों में रोजगार के अवसर भी बढ़ गये हैं। पुदीने के उत्पादों से आज भारत 500 करोड़ रूपये मूल्य की विदेशी मुद्रा अर्जित कर पा रहा है। जैव-प्रौद्योगिकी द्वारा परिवर्तित औषधीय फसलों व अन्य खाद्य व प्रौद्योगिक फसलों की इस प्रकार की सम्मिश्र खेती को प्रचलित करने की बहुत संभावनायें हैं। उदाहरणार्थ - गेंदा, सेना, सिलबम, पोस्ता, इत्यादि की ऐसी प्रजातियों की आवश्यकता है जो अक्टूबर से दिसम्बर/जनवरी अथवा जनवरी से मार्च/अप्रैल तक परिपक्व हो जायँ। ऐसे ही आर्टीमिसिया प्रजाति की अपेक्षा है जो गर्मी के मौसम में अप्रैल से जून तक बहुल्य उपज दे। साथ ही ऐसी अश्वगंधा प्रजाति की भी आवश्यकता है जो जुलाई में लगाकर नवम्बर दिसम्बर तक पक जाय। अनुसंधान का एक और महत्वपूर्ण लक्ष्य यह होना चाहिए कि बहुत से ठन्डे बर्फीले स्थानों के औषधीय पौधे, जैसे चिरैता, वलेरियाना, पोडोफाईलम एवं पिक्रोराईजा में ऐसा आनुवंशिक परिर्वतन किया जाय कि उनकी पैदावार मैदानी इलाकों में रबी ऋतु में सफलतापूर्वक की जा सके।

औषधीय पौधों में आनुवंशिक अभियान्त्रिकी के अन्य लक्ष्य

वर्तमान में जीनोमिक एवं आनुवंशिक अनुसंधान में हो रही प्रगति ने नये प्रकार के औषधीय पौधों के प्रजनन को सम्भव कर दिया है। इस क्षेत्र में उठाये गये या उठाये जा रहे कुछ कदम/विचार निम्नलिखित हैं -

अ) एक फसल कई उत्पाद : औषधिक फसलों से अधिक आय प्राप्त करने का एक उपाय यह है कि एक फसल से एक से अधिक प्रकार के उत्पाद लिये जा सकें। उदाहरणार्थ; क्लीयोम विस्कोसा व सिलिवम मारीयानम नामक औषधीय फसलों से न केवल यकृत रोगों की दवा प्राप्त करना, अपितु साथ-साथ खाद्य अथवा प्रौद्योगिक तेल प्राप्त करना अथवा सूरजमुखी के पत्तों में से सुगन्धित तेल निकालना एवं बीजों से खाद्य तेल लेना; आर्टीमिसिया के पत्तों से मलेरिया निवारक दवाइयाँ प्राप्त करना एवं फूलों से सुगन्धित तेल लेना एवं क्लेरीसेस के फूलों से सुगन्धित तेल व पत्तों से खाद्य को सुरक्षित रखने के लिये प्रतिरोधक दवाइयां विकसित करना ।

आ) परमाणु कृषि : बहुत से फसलीय पौधों में जैसे - एराबिडाप्सीस थालीयाना (जंगली सरसों), मेन्था पिपरेटा (चटनी पुदीना), एवं ओसिमम सेंक्टम (तुलसी) में पत्तों के ऊपर कांटेदार ट्राइकोम नामित कोशिकायें होती हैं। इनका अपना विशिष्ट उपापचय होता है जो आन्तरिक कोशिकाओं के उपापचय से भिन्न होता है। उपर्युक्त पौधों में ऐसे आनुवांशिक परिवर्तन किये जा सकते हैं जिससे कि ट्राइकोम कोशिकाओं में वे औषधीय पदार्थ परमाणु संकलित व संचित हो जाँय जो सामान्यतया दूसरे औषधीय पेड़/पौधों की जड़ों, तने की छाल अथवा डंडियों व मानव शरीर इत्यादि में संकलित व संचित होते हैं। इस प्रकार ये विशिष्ट औषधीय पदार्थ कृषि द्वारा प्राप्त किये जा सकेंगे जो पौधों से अप्राप्य हैं या पेड़ों को काटकर/उनका विनाश कर उपलब्ध कराये जाते हैं। उदाहरणार्थ - मधुमेह में प्रयोग होने वाली ट्राइकोस्पर्मा मारसूपियम पेड़ों की छाल व जन्तुवीय या मानवीय इन्सुलिन इत्यादि।

भविष्य में आर्टीमिसिया एनुआ, पुदीना, तुलसी व पालक जैसी शाक प्रमुख फसलों में परमाणु कृषि कर मानव एवं जन्तुओं के हार्मोनों विभिन्न प्रकार के औषधीय प्रोटीनों एवं वैक्सीनों व अन्य कई प्रकार के बहुमूल्य तत्वों को प्रचुर मात्रा में उत्पादित करने की संभावनाएं हैं।

इ) मारफीन का सस्ता उत्पाद : विश्व भर में केवल भारत ही एक ऐसा देश है जिसे पोस्ता की खेती कर अफीम उत्पन्न करने की अन्तर्राष्ट्रीय अनुमति प्राप्त है। भारत एवं अन्य देशों में अफीम से मार्फीन व कोडीन परमाणुओं को पृथक कर लिया जाता है। अफीम का दुरुपयोग रोकने के लिए पोस्ता की ऐल्कलायडं संकलन क्रिया में इस प्रकार का परिवंतन करना वांछित है कि उसको थिबेन क्रम (स्टेप) पर रोक दिया जाय, जिससे कि अफीम में मारफीन इत्यादि न रहे और थिबेन से रासायनिक क्रियाओं द्वारा दवाइयां बनायी जा सकें।

ई) कैंसर प्रतिरोधक इन्डोल टरपीनाइड ऐल्केलायड के उत्पादन में वृद्धि के उपाय : कुछ फार्मास्युटिकल (औषधि से सम्बन्धित) उत्पाद जैसे - एजमेलसीन, विन्डोलीन, कैथेरेन्थीन, विन्क्रीस्टीन और बिन्ब्लास्टीन बहुत महत्वपूर्ण इन्डोल टरपिनाइड ऐल्कलाइड हैं। ये सदाबहार पौधे में संकलित एवं संचित होते हैं। सम्बन्धित संकलन कड़ी को 'टी आई ए पाथवे' नाम दिया गया है। इन तत्वों के संकलन से सम्बन्धित अनुवंशों को सदाबहार से क्लोन कर लिया गया है तथा इससे सम्बन्धित कई और एन्जाइमों को चिन्हित कर उनका शुद्धिकरण कर लिया गया है। इस पाथवे का प्रारम्भिक क्रम तम्बाकू निकोटियाना टबैकम सहित बहुत सी पौध प्रजातियों में अभिव्यक्त होता है । बहुत से क्रम जैसेमोनिक एसिड द्वारा नियंत्रित होते हैं। आनुवंशिक अभियान्त्रिकी द्वारा अब यह सम्भव हो गया है कि टी आई ए ऐल्केलाइडों का उत्पादन उसी जाति/विरुद्ध जाति के पौधों या उनकी कोशिकाओं को अभियन्त्रित कर बढ़ाया जा सकता है। आनुवांशिक अभियान्त्रिकी के विकास के द्वारा भारत इन्डोल टरपिनायड ऐल्केलायड का प्रमुख उत्पादक देश बन सकता है।

रोमिल मूल (हेयरी रूट/जड़) द्वारा औषधीय जैव पदार्थों का उत्पाद : बहुत से महत्वपूर्ण तत्व पेड़ पौधों के मूल/छाल से प्राप्त होते हैं। इन्हें प्राप्त करने के लिये सम्पूर्ण पेड़ों को नष्ट करना पड़ता है । उदाहरणार्थ - अजमेलसीन सर्पगंधा के मूल से, कैम्पटोथेसीस व टेक्साल सम्बन्धित पेड़ों की छाल से प्राप्त करने हेतु सम्पूर्ण पौधों/वृक्षों को नष्ट कर दिया जाता है। इसके अतिरिक्त कुछ महत्वपूर्ण तत्व एलपाइन बर्फीले क्षेत्रों के पौधों में पाये जाते हैं जो हिमालय क्षेत्र में उगते हैं जिनकी वृद्धि बहुत मन्द होती है - जैसे पिक्रोराइजा कुरूआ से पिकरोलिन कई वर्ष पुरानी मूल से प्राप्त की जाती है। यह महत्वपूर्ण हो गया है कि जैव प्रौद्योगिकी द्वारा रोमिल मूल का विकास कर कम समय में उपर्युक्त प्रकार के तत्व अधिक मात्रा में उत्पादित किये जा सकें। इस विधि के द्वारा न्यूनतम लागत में अत्यधिक उत्पादों को शुद्ध करके निर्यात में बढ़त हासिल की जा सकती है।

नये औषधीय पदार्थों का विकास : आयुर्वेदिक ग्रन्थों व नये वैज्ञानिक शोधपत्रों में औषधीय एवं सगंध पदार्थों तथा उनके सम्मिश्रण की जानकारी संकलित है। इन एकल पदार्थों/सम्मिश्रणों के द्वारा होने वाली स्वास्थ्य सुरक्षा व प्रभाविता की जानकारी भारतीय औषधियों के निर्यात में इन उत्पादों को प्रभावी बना सकती है। इस प्रकार के उत्पादों में से कुछ हैं - उम्रवृद्धि रोधक, त्वचा संरक्षक, त्वचा रोग (दाद, खाज, खुजली) रोधक, सूर्य की किरणों से त्वचा को होने वाली हानि का प्रतिरोधक, बालसंवर्धक तेल व लोशन, शरीर दर्द रोधक/निवारक तेल, दर्द व तनाव निवारक औषधि, मच्छर व घरेलू कीट प्रतिकारक, जैम जूस, पेय-पदार्थ आक्सीकरण रोधक, अनाज भण्डारण में कीटरोधक, हानिकारक कीटों से प्रक्षेत्र संरक्षक, उर्वरक उपयोग क्षमता के वर्धक इत्यादि।

निष्कर्ष

औषधीय एवं सगंध पौधों में हजारों प्रकार के परमाणु पाये जाते हैं जो विभिन्न प्रकार की जैविक क्रियाओं में भाग लेते हैं तथा सैकड़ों प्रकार की व्याधियों का निराकरण करने की क्षमता रखते हैं। वर्तमान समय में उन्हीं उत्पादों व मानव की व्याधियों के समाधान की बाजार में मांग है जिन्हें पूर्णरूपेण उनकी क्रियाओं के लिये अच्छी तरह चिन्हित कर लिया गया है। इसीलिये यह आवश्यक उद्देश्य हो गया है कि आनुवंशिक, प्रौद्योगिक एवं प्रजनन द्वारा इन तत्वों को न्यूनतम लागत में अत्यधिक उत्पादन कर गुणवत्तापूर्ण निर्यात द्वारा अधिक आय प्राप्त की जा सके। दूसरा आवश्यक उद्देश्य यह हो गया है कि औषधीय व सगंध पौधों का कृषिगत पौधों के साथ समन्वय स्थापित किया जाय। साथ ही, औषधीय एवं सगंध पौधों की नयी किस्मों का विकास कर जैव-प्रौद्योगिकी एवं ऊतक संवर्धन द्वारा महत्वपूर्ण उत्पादों को कम लागत में अधिक मात्रा में उत्पादित किया जाय। इन उद्देश्यों की पूर्ति से भारतीय किसानों एवं उत्पादकों को लाभ होगा, नये रोजगार उपलब्ध होंगे, देशीय स्वास्थ्य सेवाएँ सुदृढ होंगी

और देश अधिक मात्रा में मुद्रा अर्जित कर पायेगा।

सारणी 1- आम व्याधियों के प्रयोग में आने वाली औषधीय पादप प्रजातियाँ

क्रम संख्या	पादप प्रजाति का वानस्पतिक नाम	रोग जिसमें प्रयोग किया जाता है	प्रयोग ढंग/रूप
1.	एस्कुलस हाइपोकास्टेएनम	गंभीर चोट लगने में, मोच, माँसपेशियों में मरोड़	कैप्सूल, टिकिया आदि
2.	एलियम सेटाइवम	कोलेस्ट्राल कम करने के लिये	ताजा व सूखा जवा, कैप्सूल, गंधहीन गोली (टिकिया)
3.	एलोय वेरा	हल्की जलन में,कटे में, सूजन, खरोंच लगने में	सन क्रीम, त्वचा क्रीम व लोशन
4.	एलथिया आफीसिनेलिस	अपच, गला जलन, खून जमने में, कफ में	पूरी जड़ तथा जड़ क छाल,पाउडर,कैप्सूल,टिकिया व टिंचर के रूप में
5	ऐंगिलिका साइनेन्सिस	मासिक धर्म सम्बन्धी समस्या	सूखी जड़, तना, पाउडर कैप्सूल, टिकिया व टिचंर के रू में।
6.	एपियम ग्रेवलेन्स	जले-कटे में, मूत्र सम्बन्धित रोगों में	सूखा बीज, बीज का रस (तेल)
7.	आरटियम लापा	डाइयूरेसिस, डिटाक्सीफिकेशन में	सूखी जड़, पूर्ण या कटी हुइ कैप्सूल,तरल रस, टिकिया, टिंचर
8.	ऐरेक्टोस्टेफाईलस युवा-उरसी	मूत्र नली संक्रमण में	सूखी पत्ती, कैप्सूल टिकिय टिंचर
9.	अर्निका मोन्टाना	दर्दनिवारक, जलन रोकने के लिये, सूजन में	क्रीम, टिंचर
10.	एस्ट्रेगलस मेम्ब्रेनेसियस	ठंडक, बुखार, मामूली संक्रमण में	सूखी जड़, कैप्सूल, रस,टिकिय टिंचर
11.	एवेना सेटाइवा	डाइयूरेसिस, जलन में कमी, खुजली, दाद में	सूखी पत्ती, कैप्सूल टिकिय टिंचर

और देश अधिक मात्रा में मुद्रा अर्जित कर पायेगा।

सारणी 1 - आम व्याधियों के प्रयोग में आने वाली औषधीय पादप प्रजातियाँ

क्रम संख्या	पादप प्रजाति का वानस्पतिक नाम	रोग जिसमें प्रयोग किया जाता है	प्रयोग ढंग/रूप
1.	एस्कुलस हाइपोकास्टेएनम	गंभीर चोट लगने में, मोच, माँसपेशियों में मरोड़	कैप्सूल, टिकिया आदि
2.	एलियम सेटाइवम	कोलेस्ट्राल कम करने के लिये	ताजा व सूखा जवा, कैप्सूल, गंधहीन गोली (टिकिया)
3.	एलोय वेरा	हल्की जलन में,कटे में, सूजन, खरोंच लगने में	सन क्रीम, त्वचा क्रीम व लोशन
4.	एलथिया आफीसिनेलिस	अपच, गला जलन, खून जमने में, कफ में	पूरी जड़ तथा जड़ की छाल,पाउडर,कैप्सूल,टिकिया व टिंचर के रूप में
5	ऐंगिलिका साइनेन्सिस	मासिक धर्म सम्बन्धी समस्या	सूखी जड़, तना, पाउडर, कैप्सूल, टिकिया व टिचंर के रूप में।
6.	एपियम ग्रेवलेन्स	जले-कटे में, मूत्र सम्बन्धित रोगों में	सूखा बीज, बीज का रस (तेल)
7.	आरटियम लापा	डाइयूरेसिस, डिटाक्सीफिकेशन में	सूखी जड़, पूर्ण या कटी हुई, कैप्सूल,तरल रस, टिकिया, टिंचर
8.	ऐरेक्टोस्टेफाईलस युवा-उरसी	मूत्र नली संक्रमण में	सूखी पत्ती, कैप्सूल टिकिया, टिंचर
9.	अर्निका मोन्टाना	दर्दनिवारक, जलन रोकने के लिये, सूजन में	क्रीम, टिंचर
10.	एस्ट्रेगलस मेम्ब्रेनेसियस	ठंडक, बुखार, मामूली संक्रमण में	सूखी जड़, कैप्सूल, रस,टिकिया, टिंचर
11.	एवेना सेटाइवा	डाइयूरेसिस, जलन में कमी, खुजली, दाद में	सूखी पत्ती, कैप्सूल टिकिया, टिंचर

12.	एण्जाडिरेक्टा इंडिका	मुंह में संक्रमण जीवाणु रोधक, कवक, वाइरस, कीट भगाने के लिये	पत्ती का चूर्ण, नीम का बीज, तेल, कैप्सूल
13.	वोरेगों आफीसिनेलिस	वसीय अम्ल की कमी में	कैप्सूल, तेल
14.	केलेन्डुला आफीसिनेलिस	हल्के जले पर, गले में संक्रमण, गला जलन और सूजन में	सूखे फूल, टिंचर
15.	कैपसेला वरसा-पास्टोरिस	अधिक रक्त स्राव में	सूखी पत्ती, जड़ पाउडर, कैप्सूल, टिकिया, टिंचर
16.	कैप्सिकम एनम्	पोषक तत्वों के आक्सीकरण को रोकने के लिये	फल का पाउडर,कैप्सूल, टिकिया, टिंचर
17.	फैसिका एक्यूटिफोलिया	कब्ज में	सूखी पत्ती, फूल
18.	कैलोफाइलम थैलिक्ट्राइडेस	मासिकधर्म की गड़बड़ी में	जड़,पाउडर, कैप्सूल, टिकिया
19.	सेन्टेला एशियाटिका	बुद्धिवर्धक, तनाव कम करने हेतु	जड़ी बूटी पाउडर कैप्सूल, टिकिया
20.	कुरकुमा लांगा	जलन कम करने हेतु, अपच, आक्सीकरण रोकने हेतु, लीवर की समस्या में	टिंचर, सूखी जड़ें, पाउडर
21.	सिम्बोपोगान सिट्रेटस	गैस्ट्रिक रोकने के हेतु	सूखी पत्ती, कटे भाग आदि
22.	सीटीसस स्कापेरियस	डाइयूरेटिक, ह्दय रोग, निम्न रक्तचाप में	सूखी जड़ी, कटे भाग कैप्सूल, टिकिया, टिंचर
23.	डायस्कोरिया विलोसा	गैस्ट्रिक रोकने के हेतु	सूखे कन्द, सम्पूर्ण भाग, पाउडर, कैप्सूल
24.	इकिनेसिया एनगुस्टिफोलिया	ठंडक, बुखार, मामूली संक्रमण हेतु	सम्पूर्ण पौधा, सूखी जड़ कैप्सूल, फलों का रस, टिंचर

25.	इफिड्रा सीनिका	दमा, नाक सम्बन्धी रोग रुधिर जमने में	सूखा तना, कैप्सूल टिकिया, टिंचर
26.	इक्वीसेटम जाति	डाइयूरेसिस, सूजन, घाव पूरने के लिए	जड़ी बूटी पाउडर, कैप्सूल, टिंचर
27.	युफ्रेशिया आफीसिनेलिस	आंत सम्बन्धी रोग में	जड़ी बूटी पाउडर कैप्सूल, टिकिया, टिंचर
28.	फोइनीकुलम वलगेयर	उदर विकार, पाचन, नजला, जुकाम में	पूरा बीज, कैप्सूल टिकिया, टिंचर
29.	गेनोडर्मा लूसीडम	प्रतिरोधकता को बढ़ाने के लिये सामान्य टानिक के रूप में	शुष्क पाउडर, कैप्सूल, टिकिया, टिंचर
30.	जेन्टियाना लूटिया	मंदाग्नि रोग, पाचन बढ़ाने के लिये	जड़ पाउडर, कैप्सूल, तरल तत्व, टिंचर
31.	जिंक्गो बिलोबा	याददाश्त बढ़ाने, टिटनेस रोग में	सूखी पत्तियाँ व चाय के रूप में
32.	ग्लाइसिराइजा ग्लैब्रा	कफ, अल्सर (पेट का) में	जड़ पाउडर, कैप्सूल, रस (सत्)
33.	गारसिनिया काम्बोजिया	भार कम करने में	टिकिया, टिंचर, फल का जूस
34.	हेमेमेंलिस वरजीनियाना	त्वचा की एलर्जी, हल्का जलने में, दस्त में	जड़, पाउडर, कैप्सूल सत्, टिकिया, टिंचर
35.	हारपेगोफाइटम प्रोकम्बेन्स	जलने में, दर्द में, पाचन में	सूखे हुए द्वितीयक कन्द, पाउडर,कैप्सूल, टिकिया, टिंचर
36.	हमुलस लपूलस	चिन्ता, भूख न लगने, अनिद्रा में	सूखी पत्ती, कैप्सूल, टिकिया, चाय, टिंचर
37.	हाइड्राटिसा कैनेडेन्सिस	बलगम कम करने, संक्रमण रोकने में	सूखी जड़ीबूटी,फूल के ऊपरी भाग की चाय, तेल, कैप्सूल, टिकिया, टिंचर
38.	हिसोपस आफीसिनेलिस	जनता को ठंड से बचाने, ज्वर, गैस्ट्रिक कम करने में	जड़ी बूटी, पाउडर, कैप्सूल, टिंचर

25.	इफिड्रा सीनिका	दमा, नाक सम्बन्धी रोग रुधिर जमने में	सूखा तना, कैप्सूल टिकिया, टिंचर
26.	इक्वीसेटम जाति	डाइयूरेसिस, सूजन, घाव पूरने के लिए	जड़ी बूटी पाउडर, कैप्सूल, टिंचर
27.	युफ्रेशिया आफीसिनेलिस	आंत सम्बन्धी रोग में	जड़ी बूटी पाउडर कैप्सूल, टिकिया, टिंचर
28.	फोइनीकुलम वलगेयर	उदर विकार, पाचन, नजला, जुकाम में	पूरा बीज, कैप्सूल टिकिया, टिंचर
29.	गेनोडर्मा लूसीडम	प्रतिरोधकता को बढ़ाने के लिये सामान्य टानिक के रूप में	शुष्क पाउडर, कैप्सूल, टिकिया, टिंचर
30.	जेन्टियाना लूटिया	मंदाग्नि रोग, पाचन बढ़ाने के लिये	जड़ पाउडर, कैप्सूल, तरल तत्व, टिंचर
31.	जिंक्गो बिलोबा	याददाश्त बढ़ाने, टिटनेस रोग में	सूखी पत्तियाँ व चाय के रूप में
32.	ग्लाइसिराइजा ग्लैब्रा	कफ, अल्सर (पेट का) में	जड़ पाउडर, कैप्सूल, रस (सत्)
33.	गारसिनिया काम्बोजिया	भार कम करने में	टिकिया, टिंचर, फल का जूस
34.	हेमेमेलिस वरजीनियाना	त्वचा की एलर्जी, हल्का जलने में, दस्त में	जड़, पाउडर, कैप्सूल सत्, टिकिया, टिंचर
35.	हारपेगोफाइटम प्रोकम्बेन्स	जलने में, दर्द में, पाचन में	सूखे हुए द्वितीयक कन्द, पाउडर,कैप्सूल, टिकिया, टिंचर
36.	हमुलस लपूलस	चिन्ता, भूख न लगने, अनिद्रा में	सूखी पत्ती, कैप्सूल, टिकिया, चाय, टिंचर
37.	हाइड्राटिसा कैनेडेन्सिस	बलगम कम करने, संक्रमण रोकने में	सूखी जड़ीबूटी,फूल के ऊपरी भाग की चाय, तेल, कैप्सूल, टिकिया, टिंचर
38.	हिसोपस आफीसिनेलिस	जनता को ठंड से बचाने, ज्वर, गैस्ट्रिक कम करने में	जड़ी बूटी, पाउडर, कैप्सूल, टिंचर

39.	जुनिपेरस कम्युनिस	अजीर्ण, मन्दाग्नि में	फल, पाउडर कैप्सूल, टिकिया, सत्, टिंचर
40.	लेरिया ट्राईडिन्टेट	कैंसर में	कैप्सूल,टिकिया, सत्, टिंचर
41.	मेडीकागो सेटाइवम	भूख न लगने की स्थिति में	सूखी पत्ती, कैप्सूल, सत्,टिकिया
42.	मेडीकागो आफीसिनेलिस	गैस्ट्रिक रोकने, भूख बढ़ाने में	चाय, टिंचर, सूखी पत्ती कैप्सूल, क्रीम
43.	मेन्थापिपेरिटा	कफनाशक, वायु-मरोड़ कम करने में, मिचली, उल्टी में	सूखी पत्ती, पिपरमिन्ट के तेल का कैप्सूल, टिंचर
44.	प्लान्टैगा स्पीसीज	कब्ज	सूखे बीज, भूसी, कैप्सूल
45.	रूमेक्स कीस्पस	कैंसर	जड़ पाउडर टिंचर (अर्क)
46.	सेल्विया आफीसिनेलिस	अपच, जलन, मधुमेह	जड़ी बूटी व पाउडर
47.	अल्मस रूब्रा	गैस्ट्रिक, एलर्जी, चिड़चिड़ा-पन, गले की खरास में	छाल, पाउडर
48.	वैसिनियम मैक्रोकारपान	मूत्र नली संक्रमण में	सम्पूर्ण फल, जूस, (सत) फल, कैप्सूल
49.	थाइमस वलयेरिस	कफ होने पर	सम्पूर्ण पौधा, पाउडर
50.	ट्राईफोलियम प्रेटेन्स	कैंसर से सुरक्षा हेतु	शुष्क ऊपरी भाग
51.	ट्राईगोनेला फोइनम-ग्राइकम	वायुरोधक (गैस), कोलेस्ट्राल की अधिकता में, पोषक तत्व की कमी में	बीज,पाउडर, कैप्सूल, टिकिया
52.	टरनेरा डीफ्यूजा	मन्द शक्तिवर्धक, मादक पेय/पदार्थ के रूप में	शुष्क पत्ती, कैप्सूल, टिंचर
53.	अल्मस रूब्रा	गैससम्बन्धी,चिड़चिड़ाहट या घबराहट, गले की खराश या दर्द में	छाल, पाउडर
54.	अरटिका डाइओका	एनिमिया, हाइपरथ्लेसिया (वी पी एच)	सूखी पत्ती, सूखी जड़ कैप्सूल, टिकिया, चाय, टिंचर

55.	वेसीनियम मारवीलस	डायरिया, हीमोरायड्स, कम रक्त प्रवाह, मुँह व गले में जलन होने पर	शुष्क फल, कैप्सूल टिकिया
56.	वाइटिस विनिफेरा	रक्त परिभ्रमण से सम्बन्धित बीमारी, कम दिखाई देना आक्सीकरणरोधन के हेतु	जूस (सत)
57.	अनकेरिया टोमेन्टोसा	जलन में, शक्ति की कमी में	जड़ का पाउडर, कैप्सूल, टिकिया, चाय, टिंचर
58.	वैलेरियाना आफीसिनेलिस	अनिद्रा में	जड़, पाउडर, चाय, कैप्सूल, टिकिया, सत, टिंचर
59.	वाइटेक्स एनग्सकेस्टस	मासिक धर्म सम्बन्धी समस्या में	शुष्क फल, सम्पूर्ण पौधा, कैप्सूल, टिकिया, टिंचर
60.	विधानिया सोमिनिफेरा	तनाव, अनिद्रा में	जड़, पाउडर, प्रमाणित सत, टिंचर
61.	युक्का स्चिडीजेरा	गांठों के दर्द में	जड़, पाउडर, कैप्सूल
62.	जेन्थोक्सीलम अमेरीकानम	सूजन में	छाल, पाउडर, कैप्सूल, टिकिया, टिंचर
63.	जिन्जीबर आफीसिनेल	अपच में, दस्त में	ताजी व सूखी जड़ कैप्सूल, टिकिया, टिंचर

सारणी -2 विभिन्न व्याधियों में प्रयोग आने वाली औषधीय पादप प्रजातियाँ व उनसे मिलने वाले औषधीय तत्व

क्रम संख्या	पादप जाति	तत्व	रोग की दवा
1.	एकोरस केलमेस	कैलेमोन, एसरोन	शान्ति देने वाली दवा, धीमा रक्त चाप
2.	एडटोडा वैसिका	वैसीसीन (पेगनिन)	आक्सीटोसिक

3.	एडोनिस वरनेलिस	एडोनसिसाइड	लीवर टानिक
4.	एस्कूलस हिप्पोकेस्टेनम	एसिन	जलनरोधी दवा
5.	अगेव सिसलाना	हीकोजेनीन	जलनरोधी दवा
6.	एग्रीमानिया यूपेटोरिया	एग्रीमोफॉल	आंत के कीड़े निकालने की औषधि
7.	एलोय फीराक्स	एन्थ्रेक्यूनोन	आंत के कीड़े निकालने व अल्सर की औषधि
8.	एलोय स्पीसीज	एन्थ्रेक्यूनोन	आंत के कीड़े निकालने व अल्सर की औषधि
9.	एलोय वेरा	एन्थ्रेक्यूनोन	आंत के कीड़े निकालने व अल्सर की औषधि
10.	एमी मेजस	जैन्थोटाक्सिन	कुष्ठ रोग
11.	एमी विसनागा	खेलीन	श्वास सम्बन्धी औषधि
12.	एनामिरटा कोमोसस	पिक्रोटाक्सिन	शक्तिवर्धक औषधि
13.	एनानस कोंमोसस	ब्रोमेलीन	जलने सम्बन्धी औषधि
14.	आरडिसिया जेपोनिका	बार्गेनीन	ऊतकक्षयरोधी औषधि
15.	एरिका कटेचु	एरेकोलीन	आंत के कीड़े निकालने वाली औषधि
16.	आर्टीमिसिया एनुआ	आरटीमिसिनिन	मलेरियारोधी औषधि
17.	आर्टीमिसिया मारीटीमा	सेन्टोनिन	आंत्र कीट निवारक
18.	एट्रोपा एकुमीनेटा	क्रूड ड्रग्स	चिड़ाचिड़ापन,तनाव रोधी, औषधि

19.	एट्रोपा वेलाडोना	एट्रोपीन	चिड़चिड़ापन,तनाव रोधी, औषधि
20.	एविना सेटाइवा	ओट मील कंसेन्ट्रेट	कोलेस्ट्राल के अधिकता को कम करने की औषधि
21.	एजाडिरेक्टा इंडिका	एजाडिरेक्टीन	कीटनाशी
22.	बरवेरिस वलगेरिस	बलवेरिन	जीवाणुरोधी
23.	ब्रेसिका नाइग्रा	एलिल आइसोथायोसाइनेट	रूबेफेसिएन्ट
24.	कैप्सिकम चाइनेन्स	कैप्सिकम ओलिओरेजिन, कैप्सेसिन	शक्तिवर्धक
25.	कैप्सिकम चाइनेन्सिस	कैप्सेसिन, आयल	शत्तिवर्धक,गाठिया रोग सम्बन्धी औषधि
26.	कैप्सिकम फ्रूटेसेन्स	कैप्सेसिन, आयल	शक्तिवर्धक,गठिया रोग सम्बन्धी औषधि
27.	कैरिका पपाया	पेपेन	आंत के कीड़ों को निकालने, कफ, बलगम की औषधि
28.	कैसिया सेना	सेन्नोसाइडेज ए और बी	प्रोटिओलिटिक औषधि, रेचक, कब्ज को दूर करने वाली औषधि
29.	कैथेरेन्थस रोजियस	बिनब्लास्टिन,विनक्रीस्टीन, अजमेलसीन	कैंसररोधी, ट्यूमररोधी औषधि
30.	सेन्टेला एशियाटिका	एशियाटिकोसाइड	टानिक
31.	सिन्कोना लेजेरियाना	क्यूनीडीन कुनैन, सिनकोनीन,सिन्कोनिडीन टोटल ऐल्कलाएड	मलेरियारोधी, पायरियारोधी औषधि
32.	साइट्रस लिमोन	पेक्टिन	जोड़ों में सूजनरोधी
33.	साइट्रस स्पीसीस	हेस्पेरिडीन, रूटीन	रुधिर नलिकाओं में रक्त थक्का बनने से रोकने की औषधि

34.	कुरकुमा लांगा	कुरकुमिन	कालरा सम्बन्धी औषधि
35.	कोप्सिस पेपोनिका	पालमेटिन	एन्टीपाइरेक्टिक, ज्वररोधी औषधि
36.	कोरिडेलिस एम्बिगुआ	टेट्राहाइड्रो पामेटाइन	शांतिकारक औषधि
37.	कोरिडेलिस कावा	नारकोटीन, निकोटिन	खाँसीरोधक, शक्तिवर्धक औषधि
38.	कोरिडेलिस फिम्ब्रीलिफेरा	हाइड्रास्टीन	उच्च रक्तचाप रोधी
39.	कैफिया एरैबिका	कैफेनिन एट्रैक्टीलोसाइड	सी एन एस (तंत्रिकातंत्र) वर्धक
40.	कान्वेलेरिया मेजेलिस	कान्वेलेटोक्सीन	लीवर टॉनिक
41.	क्रोटलेरिया सेसाइलिफ्लोरा	मानोक्रोटेलीन	गांठ या सूजन रोधी औषधि
42.	साइनेरा स्कोलाइमस	साइनेरीन	कालरा की औषधि
43.	धतूरा मेटल	एट्रोपाईन, स्कोपोलेमाईन, टोटल ऐल्कलाएड	गांठ (ट्यूमर) रोधी, शांतिप्रदायी औषधि
44.	धतूरा स्ट्रेमोनियम	एट्रोपाईन, स्कोपोलेमाईन, टोटल ऐल्कलाएड	गांठ (ट्यूमर) रोधी औषधि
45.	डाइसिनिया सिम्प्लेक्स	काइनिक अम्ल	ऐस्केरिसाइड औषधि
46.	डीजिटेलिस परपुरिया	डिजिटेलिन, डाइसिटाक्सिन, डिसलेनोसाइड, लेनाटोसाइड्स ए. बी. सी.	लीवर औषधि
47.	डायस्कोरिया कम्पोजिटा	डायस्जीनीन	ज्वररोधी औषधि
48.	डायस्कोरिया डेल्टापडिया	डायस्जीनीन	ज्वररोधी औषधि

49.	डायस्कोरिया स्पीसीज	डायस्जीनीन	गर्भ अवरोधक औषधि
50.	डुवोइसिया मायोपेरोयडेस	एन्ट्रोपाइनहायोसायमीन स्कोपलमाइन	एन्टीकोलिनेरजिक औषधि
51.	इल्यूथेरोकोकस सेन्टीकोसस	क्रूड ड्रग इल्युथेरोसाइड्स (ए से जी तक)	शक्ति वर्धक टानिक
52.	इफिड्रा सिनिका	इफेड्रीन	श्वास की बीमारी में
53.	फेगोपाइरम एस्कुलेन्टस	क्वेरसीट्रीन	रक्त नलिका रक्षक, सिरदर्द रोधी औषधि
54.	फ्रेक्सीनस हाइकोफाइला	एस्कुलेटीन	दस्त रोधी औषधि
55.	ग्लेसियम फ्लेवम	ग्लाइसीन	खाँसी रोधक
56.	ग्लाइसीन मैक्स	सिटोस्टेराल	टॉनिक, औषधि
57.	हरपेगोफाइटम प्रोकम्बेन्स	क्रूड ड्रग, हरपेगोसाइड	ज्वर रोधी या अत्यधिक ताप रोधी, जोड़ों की सूजन में
58.	हेमस्लिया एमाविलिस	हिमासिलियाडीन	पेचिस, ज्वर रोधी औषधि
59.	हाइबिस्कस सब्डेरिफा	क्रुड ड्रग, एन्थेसाइनिन	सी. एन. एस. शक्तिहीनता रोधी औषधि
60.	हाइड्रेन्जिया मैक्रोफाइला	फाइलोड्यूलसीन, हाइड्रेनजिन	मधुमेह की औषधि
61.	हाइड्रास्टिस	हाइड्रेस्टीन	अरेचक, स्तम्भक औषधि
62.	हायोसायमस मयूटिकस	एट्रोपीन	गांठरोधक (ट्यूमर) औषधि
63.	लाबेलिया इनफ्लेटा	लाबेलिन	श्वसन शक्ति वर्धक औषधि
65.	मैट्रीकेरिया केमोमिला	क्रूड ड्रग	शक्तिवर्धक औषधि

49.	डायस्कोरिया स्पीसीज	डायस्जीनीन	गर्भ अवरोधक औषधि
50.	डुवोइसिया मायोपेरोयडेस	एन्ट्रोपाइनहायोसायमीन स्कोपलमाइन	एन्टीकोलिनेरजिक औषधि
51.	इल्यूथेरोकोकस सेन्टीकोसस	क्रूड ड्रग इल्युथेरोसाइड्स (ए से जी तक)	शक्ति वर्धक टानिक
52.	इफिड्रा सिनिका	इफेड्रीन	श्वास की बीमारी में
53.	फेगोपाइरम एस्कुलेन्टस	क्वेरसीट्रीन	रक्त नलिका रक्षक, सिरदर्द रोधी औषधि
54.	फ्रेक्सीनस हाइकोफाइला	एस्कुलेटीन	दस्त रोधी औषधि
55.	ग्लेसियम फ्लेवम	ग्लाइसीन	खाँसी रोधक
56.	ग्लाइसीन मैक्स	सिटोस्टेराल	टॉनिक, औषधि
57.	हरपेगोफाइटम प्रोकम्बेन्स	क्रूड ड्रग, हरपेगोसाइड	ज्वर रोधी या अत्यधिक ताप रोधी, जोड़ों की सूजन में
58.	हेमस्लिया एमाविलिस	हिमासिलियाडीन	पेचिस, ज्वर रोधी औषधि
59.	हाइबिस्कस सब्डेरिफा	क्रुड ड्रग, एन्थेसाइनिन	सी. एन. एस. शक्तिहीनता रोधी औषधि
60.	हाइड्रेन्जिया मैक्रोफाइला	फाइलोड्यूलसीन, हाइड्रेनजिन	मधुमेह की औषधि
61.	हाइड्रास्टिस	हाइड्रेस्टीन	अरेचक, स्तम्भक औषधि
62.	हायोसायमस मयूटिकस	एट्रोपीन	गांठरोधक (ट्यूमर) औषधि
63.	लाबेलिया इनफ्लेटा	लाबेलिन	श्वसन शक्ति वर्धक औषधि
65.	मैट्रीकेरिया केमोमिला	क्रूड ड्रग	शक्तिवर्धक औषधि

66.	मेन्था स्पीसीज	मैन्थाल, मेन्थोन	रूबेफेसियन्ट औषधि
67.	मुकुना विरजियाना	एल-डोपा	पारकिनसन रोग में उपयोगी
68.	निकोटियाना टोबैकम	निकोटीन	कीटनाशी व शान्तिवर्धक औषधि
69.	ओक्टिया ग्लेजियोवी	ग्लेजीयोवीन	उलझन, चिन्ता रोधी
70.	पेनेक्स स्यूडोजिन्सेंग	क्रूड ड्रग	कामोत्तेजक औषधि
71.	पेनेक्स क्यूनक्यूफोलियस	क्रूड ड्रग	कामोत्तेजक औषधि
72.	पेपेवर सोमनीफेरम	कोडीन, मारफीन	दर्द नाशक
73.	पोसिनिस्टेलिया याहिम्बी	याहिम्बीन	कामोत्तेजक औषधि
74.	फारसोस्टीगमा वेनेनोसम	फाइसोस्टीगमीन	शक्ति वर्धक औषधि
75.	पाइलोकारपस जेवोरन्डी	पाइलोकारपीन	पैरासिम्पैथोमीमेटिक औषधि
76.	पाइलोकारपस माइक्रोफीलस	पाइलोकारपी	शक्ति वर्धक औषधि
77.	पाइपर मेथिस्टीकम	क्वीन	गांठ (टयूमर) रोधी शांति कारक औषधि
78.	प्लान्टैगो इंडिका	म्यूसिलेज, एक्यूवीन	रेचक औषधि
79.	प्लान्टैगो ओवेटा	म्यूसिलेज, एक्यूवीन	रेचक औषधि
80.	प्लान्टैगो स्पीसीज	म्यूसिलेज, एक्यूवीन	रेचक औषधि
81.	पोडोफाईलम पेल्टेटम	इटोपोसाइड	रेचक कैंसर रोधी औषधि

82.	पोस्टीना सेटाइवा	जेन्थोटाक्सीन	रेडियो-संरक्षित औषधि
83.	पोटेन्टिला फ्रेगेरिआयडीस	कैटचीन, कोलीन, बीटेन	रक्त वर्धक औषधि
84.	प्रूनस डोमेस्टिका	सान्द्र प्रून	गर्भपात सम्बन्धी औषधि
85.	क्वीसक्वेलिस इंडिका	क्वीस क्वेलीक एसिड	आंत से कीड़े निकालने वाली, वायुसारी औषधि
86.	रावोल्फिया केनेसेन्स	रेसरपीन, एजेमेलीसीन	शान्तिवर्धक, उच्चरक्त चाप या घबराहट में
87.	रावोल्फिया सर्पेन्टीना	रेसरपीन, एजमेलीसीन	शान्तिवर्धक, उच्चरक्त चाप व घबराहट व रक्त परिभ्रमण से सम्बन्धित बीमारियाँ
88.	रावोल्फिया टेट्राफिला	रेसरपीन	शान्तिवर्धक औषधि, चिड़चिड़ाहट की औषधि
89.	रावोल्फिया बोमीटोरिया	रेसरपीन, एसयेलीन	शान्तिवर्धक ,चिड़चिड़ाहट में
90.	रेमनस फ्रेन्गुला	क्रूड ड्रग	रेचक
91.	रियम एमोडाई	एन्थ्रोक्यूनोन	टानिक (बलवर्धक), रेचक
92.	रियम पामेटम	एन्थ्रोक्यूनोन	टानिक (बलवर्धक), रेचक
93.	रियम रैपान्टीकम	रिन, एमोडीन	बलवर्धक, रेचक
94.	रियम वेवीयानम	क्रूड ड्रग	बलवर्धक, रेचक
95.	रोडोडेन्ड्रान मोले	रोमीटाक्सीन	चिड़चिड़ापन,घबराहट,उच्चरक्तचाप
96.	रिसिनस कम्यूनिस	अरण्डी का तेल	रेचक औषधि
97.	सेलिक्स एल्बा	सेलीसीन	वायरस रोधी, दर्दरोधी
98.	सिलिबम मारीयानम्	सिलिबीन, विन्डोलीन	यकृत सम्बन्धी विकार
99.	टेक्सस ब्रेवीफोलिया	टेक्सोल	कैंसर व दादरोधी

100.	विन्का माइनर	विन्कामाइन, विन्डोलीन	शक्तिवर्धक, मस्तिष्क सम्बन्धी
101.	विन्का रोजिया	ल्यूरोक्रीस्टीन, विर्न्काप्यूसीन	कैंसररोधी, निम्न रक्त चाप में
102	आलोटा स्पेसिओसा	गेलन्घामाइन	दर्द निवारक

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 46, No. 2, April 2003

फूरियर श्रेणी तथा इसकी संयुक्त श्रेणी की प्रबल (E,q) (C,1) संकलनीयता

वी० एन० त्रिपाठी तथा एस० के० मिश्रा
गणित विभाग, एस० बी० पी० जी० कालेज, बडगाँव, वाराणसी (उ० प्र०)

[प्राप्त - सितम्बर 1, 2002]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र में फूरियर श्रेणी तथा इसकी संयुग्मी श्रेणी की प्रबल (E,q) (C,1) संकलनीयता पर प्रमेयों की विवेचना अत्यन्त सामान्य प्रतिबन्ध के अर्न्तगत की गई है जहाँ $q > 0$ । इससे हाल ही में भाटिया तथा सचान के द्वारा प्राप्त परिणाम का सार्वीकरण होता है।

Abstract

On strong (E,1) (C,1) summability of Fourier series and its conjugate series. *By* V.N. Tripathi and S.K. Mishra, Department of Mathematics, S.B.P.G. College Baragaon, Varanasi (U.P.)

The present paper deals with theorems on strong (E,q) (C,1) summability of a Fourier Series and its conjugate series, where $q > 0$, under very general condition. It generalises the recent result of a theorem due to Bhatia and Sachan.

1. माना कि $f(t)$ अन्तराल $(-\pi,\pi)$ में 2π आर्वती है तथा t का लेबेस्ग समाकलनीय फलन है। तब फलन $f(t)$ की फूरियर श्रेणी को

$$f(t) \sim \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nt + b_n \sin nt) \sum_{n=0}^{\infty} A_n(t) \tag{1.1}$$

द्वारा व्यक्त करते हैं जहाँ a_n तथा b_n फूरियर गुणांक के नाम से जाने जाते हैं और आयलर फूरियर सूत्रों द्वारा निम्नवत् दिये जाते हैं

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\cos nt\,dt \tag{1.2}$$

जिससे कि

$$a_o = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\, dt \tag{1.3}$$

एवं

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\sin nt\,dt \tag{1.4}$$

(1.1) की संयुग्मी श्रेणी को

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(b_n \operatorname{Cos} nt - a_n \operatorname{Sin} nt\right) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n(t) \tag{1.5}$$

द्वारा व्यक्त करते हैं।

बिन्दु $t = x$ पर हम लिखते हैं

$$\phi(t) = f(x+t) + f(x-t) - 2f(x) \tag{1.6}$$

$$\psi(t) = f(x+t) - f(x-t) \tag{1.7}$$

$$K_n(t) = \sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1} q^{n-k}\left|\frac{\operatorname{Sin}^2 kt/2}{kt^2}\right| \tag{1.8}$$

$$\overline{K}_n(t) = \sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}^{n-k} q^{n-q}\left|\frac{\operatorname{Cos} kt/2 \operatorname{Sin} kt/2}{kt^2}\right| \tag{1.9}$$

माना कि $\sum u_n$ एक अपरिमित श्रेणी है अपने आंशिक योगफलों के अनुक्रम $\{S_n\}$ सहित। श्रेणी $\sum u_n$ पर या अपने आंशिक योगफलों के अनुक्रम $\{S_n\}$ पर (C,1) रूपान्तर को अनुक्रम - प्रति - अनुक्रम रूपान्तर द्वारा दिया जाता है [4]।

$$\sigma_n = \frac{S_0 + S_1 + --- S_{n-1}}{n} \tag{1.10}$$

तथा श्रेणी $\sum u_n$ के आंशिक योगफलों के अनुक्रम $\{S_n\}$ के (E,q) रूपान्तर को अनुक्रम-प्रति-अनुक्रम रूपान्तर

$$E_n^q = \frac{1}{(q+1)^n} \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} q^{n-k} S_k ,$$

[हार्डी,(1949), p.180, (8.34)] (1.11)

द्वारा दिया जाता है । (E,q) रूपान्तर को (C,1)रूपान्तर पर अध्यारोपित करने पर हमें श्रेणी $\sum u_n$ का (E,q) (C,1) रूपान्तर $\left(E_q C\right)_n^1$ अथवा इसके आंशिक योगफलों का अनुक्रम $\sum s_n$ प्राप्त होता है जिसे अनुक्रम-प्रति-अनुक्रम द्वारा (1.11) का अनुसरण करते हुए परिभाषित किया जाता है ।

$$\left(E_q C\right)_n^1 = \frac{1}{(q+1)^n} \sum_{k=1}^{n} \binom{n-1}{k-1} q^{n-k} \sigma_k \tag{1.12}$$

प्रबल संकलनीयता के लिए हार्डी तथा लिटिलवुड की परिभाषा [3] का अनुसरण करते हुए हम परिभाषित करते हैं। श्रेणी $\sum u_n$ या इसके आंशिक योगफलों का अनुक्रम $\{S_n\}$ एक निश्चित योगफलों तक प्रबलतः संकलनीय (E,q) (C,1) है यदि

$$\sum_{k=1}^{n} \binom{n-1}{k-1} |\sigma - S| = 0[(q+1)^n] \tag{1.13}$$

2. हार्डी तथा लिटिलवुड [3] ने दिखलाया है कि फलन f (t) की फूरियर श्रेणी (1.1) $(-\pi,\pi)$ अन्तराल में बिन्दु $t = 0$ पर योगफल f (x) के लिए प्रबलतः संकलनीय (C,1) है यदि

$$\int_0^t |\phi(u)| du = 0(t), \qquad \text{ज्यों ज्यों } t \to o \tag{2.1}$$

(E,1) संकलनीयता को (C,1) संकलनीयता पर अध्यारोपित करके भाटिया तथा सचान ने [1] हाल ही में फूरियर श्रेणी की प्रबल (E,1) (C,1) संकलनीयता का अध्ययन निम्नांकित प्रमेय को सिद्ध करते हुए किया है।

प्रमेय A :

यदि f (x) समाकलनीय (L) हो तथा (2.1) संतुष्ट होता है तो फलन f (t) की फूरियर श्रेणी (1.1) बिन्दु $t = x$ पर योगफल S तक प्रबल रूप से संकलनीय (E,1) (C,1) है।

इस प्रपत्र में हमने (E,q) संकलनीयता $q > 0$ को (C,1) संकलनीयता पर अध्यारोपित किया है और फूरियर श्रेणी (1.1) की प्रबल (E,q) (C,1) संकलनीयता का अध्ययन किया है, जो अन्तराल $(-\pi,\pi)$ में तथा इसकी संयुग्मी श्रेणी (1.5) 2π- आवर्ती तथा लेबेस्ग समाकलनीय फलन f (t) है।

प्रमेय 1 : माना कि f (t) अन्तराल $(-\pi,\pi)$ में t के फलन का 2π-आवर्ती तथा लेबेस्ग

समाकलनीय फलन है। माना कि $\in(t)$ t का एक धन एकस्वरिक वर्धमान फलन है जिससे कि

$$\frac{\in(n)}{\log n}=O(I), \quad \text{ज्यों ज्यों } n \to \infty \tag{2.2}$$

यदि
$$\int_0^t |\phi(u)|du = o\left[\frac{t \in\left(\frac{1}{t}\right)}{\log\left(\frac{1}{t}\right)}\right] \quad \text{ज्यों ज्यों } t \to 0 \tag{2.3}$$

तो

$$\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}q^{n-k}|\sigma_k(x)-\bar{f}(x)|=o\left[(q+1)^n\right] \quad \text{ज्यों ज्यों } n \to \infty \tag{2.4}$$

जहां पर $\sigma_k(x)$ बिन्दु $t = x$ पर फलन f (t) की फूरियर श्रेणी (1.1) के आंशिक योगफलों के अनुक्रम $\bar{S}_n(x)$ का k वां (C,1) माध्य है।

प्रमेय 2 : यदि f (t) तथा $\in(t)$ प्रमेय 1 के ही जैसे हों और प्रतिबंध (2.2) को तुष्ट करते हैं तथा यदि

$$\int_0^t |\psi(u)|du = o\left[\frac{t \in\left(\frac{1}{t}\right)}{\log\left(\frac{1}{t}\right)}\right] \quad \text{ज्यों ज्यों } t \to 0 \tag{2.5}$$

तो

$$\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}q^{n-k}|\bar{\sigma}_k(x)-\bar{f}(x)|=o\left[(q+1)^n\right] \quad \text{ज्यों ज्यों } n \to \infty \tag{2.6}$$

जहाँ $\sigma_k(x)$ अनुक्रम $\{\bar{S}_n(x)\}$ का k वाँ (C,1) माध्य है जो उस प्रत्येक बिन्दु x पर जिस पर

$$\bar{f}(x)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} f(t)\cot\frac{t}{2}dt \tag{2.7}$$

विद्यमान होता है जो फलन f (t) की फूरियर श्रेणी (1.1) की संयुग्मी श्रेणी (1.5) के आंशिक योगफल हैं।

3. हमें अपने प्रमेयों की उत्पत्ति के लिए निम्नांकित की आवश्यकता पड़ेगी -

प्रमेयिका 1: $0 \le t \le \frac{1}{n}$ के लिए

$$K_n(t)=O\left[n(q+1)^n\right] \tag{3.1}$$

तथा और भी

$$\overline{K}_n(t)=O\left[n(q+1)^n\right] \quad \text{ज्यों ज्यों } n\to\infty \tag{3.2}$$

प्रमेयिका 1 की उपपत्ति

यहाँ पर $$K_n(t)=\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}q^{n-k}\left|\frac{\text{Sin}^2 kt/2}{kt^2}\right|$$

तथा $$\overline{K}_n(t)=\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}q^{n-k}\left|\frac{\text{Cos}kt/2\text{Sin}kt/2}{kt^2}\right|$$

अतः $0\le t\le \frac{1}{n}$ के लिए

$$K_n(t)=\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}q^{n-k}\left|\frac{\text{Sin}^2 kt/2}{kt^2}\right|$$

$$=O(n)\left[\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}q^{n-k}\right]$$

$$=O\left[n(q+1)^n\right], \quad \text{ज्यों ज्यों } n\to\infty$$

तथा निम्नांकित भी

$$\overline{K}_n(t)=\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}q^{n-k}\left|\frac{\text{Cos}\,kt/2\,\text{Sin}\,kt/2}{kt^2}\right|$$

$$=O\left[n(q+1)^n\right], \quad \text{ज्यों ज्यों } n\to\infty$$

प्रमेयिका 2: $t>\frac{1}{n}$ के लिए

$$K_n(t)=O\left[\frac{(q+1)^n}{nt^2}\right] \tag{3.3}$$

तथा

$$\overline{K}_n(t)=O\left[\frac{(q+1)^n}{nt^2}\right] \quad \text{ज्यों ज्यों } n\to\infty \tag{3.4}$$

sin kt/2 तथा cos kt/2 के अधिकतम मान रखने पर हमें वांछित परिणाम प्राप्त होते हैं ।

4. प्रमेय 1 की उपपत्ति

बिन्दु t = x पर फलन f (t) के फूरियर श्रेणी के आंशिक योगफलों के अनुक्रम $\{S_n(x)\}$के k वें (C,1) माध्य $\sigma_k(x)$ को

$$\sigma_k(x)-f(x)=\frac{2}{\pi}\int_0^\delta \phi(t)\frac{\sin^2 kt/2}{kt^2}dt=0(1) \tag{4.1}$$

द्वारा प्रदर्शित करते हैं जहां $0<\delta<\pi$ [टिश्मार्श (1939), p.412] तथा

$$S_n(x)-f(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-0}^{\pi}\phi(t)\frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)t}{\sin\frac{1}{2}t}dt \tag{4.2}$$

(1.13) का अनुसरण करते हुए हमें सिद्ध करना है कि

$$\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}q^{n-k}\left|\sigma_k(x)-f(x)\right|=o\left[(q+1)^n\right] \quad \text{ज्यों ज्यों } n\to\infty \tag{4.3}$$

जिससे बिन्दु t = x पर फलन f(t) की फूरियर श्रेणी की प्रबल (E,q) (C,I) संकलनीयता को योगफल f(x) के लिए स्थापित किया जा सके । अब

$$I=\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}q^{n-k}\left|\sigma_k(x)-f(x)\right|$$

$$=\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}q^{n-k}\cdot\frac{2}{\pi}\left|\int_0^\delta \phi(t)\frac{\operatorname{Sin}^2 kt/2}{kt^2}dt\right|$$

$$+O\left[\sum_{k=0}^{n}\binom{n-1}{k-1}q^{n-k}\right]$$

$$\leq\int_0^\delta|\phi(t)|\left\{\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}q^{n-k}\left|\frac{\operatorname{Sin}^2 kt/2}{kt^2}\right|\right\}dt+0\left[(q+1)^{n-1}\right]$$

$$=\int_0^{\delta}|\phi(t)|K_n(\phi)\,dt+o\left[(q+1)^n\right]$$

$$=\left(\int_0^{1/n}+\int_{1/n}^{\delta}\right)|\phi(t)|K_n(t)\,dt+o\left[(q+1)^n\right]$$

$$=I_1+I_2+o\left[(q+1)^n\right] \qquad (4.4)$$

सर्वप्रथम हम I_1 पर विचार करेंगे -

$$I_1=\int_0^{1/n}|\phi(t)|K_n(t)\,dt$$

$$=O\left[n(q+1)^n\right].\int_0^{1/n}|\phi(t)|\,dt,$$ (3.1) का प्रयोग करने पर

$$=O\left[n(q+1)^n\right]O\left[\frac{\in(n)}{n\log n}\right]$$ (2.3) का प्रयोग करने पर

$$=O\left[(q+1)^n\right],$$ ज्यों ज्यों $n\to\infty$ (2.2) का प्रयोग करने पर (4.5)

इसके बाद I_2 पर विचार करने पर

$$I_2=\int_{1/n}^{\delta}|\phi(t)|\,K_n(t)\,dt$$

$$=O\left[\frac{(q+1)^n}{n}\right].\int_{1/n}^{\delta}\frac{|\phi|}{t^2}dt,$$ (3.3) का प्रयोग करने पर

$$=O\left[\frac{(q+1)^n}{n}\right]\left[\frac{1}{t^2}O\left\{\frac{t\in\frac{1}{t}}{\log\frac{1}{t}}\right\}_{1/n}^{\delta}\right.$$

$$+2\int_{1/n}^{\delta}\frac{1}{t^3}.O\left\{\frac{t\in\left(\frac{1}{t}\right)}{\log\left(\frac{1}{t}\right)}\right\}dt$$

$$=\int_0^{\delta}|\phi(t)|K_n(\phi)dt+o\left[(q+1)^n\right]$$

$$=\left(\int_0^{1/n}+\int_{1/n}^{\delta}\right)|\phi(t)|K_n(t)dt+o\left[(q+1)^n\right]$$

$$=I_1+I_2+o\left[(q+1)^n\right] \qquad (4.4)$$

सर्वप्रथम हम I_1 पर विचार करेंगे -

$$I_1=\int_0^{1/n}|\phi(t)|K_n(t)dt$$

$$=O\left[n(q+1)^n\right].\int_0^{1/n}|\phi(t)|dt,$$ (3.1) का प्रयोग करने पर

$$=O\left[n(q+1)^n\right]O\left[\frac{\in(n)}{n\log n}\right]$$ (2.3) का प्रयोग करने पर

$$=O\left[(q+1)^n\right],$$ ज्यों ज्यों $n\to\infty$ (2.2) का प्रयोग करने पर (4.5)

इसके बाद I_2 पर विचार करने पर

$$I_2=\int_{1/n}^{\delta}|\phi(t)|K_n(t)dt$$

$$=O\left[\frac{(q+1)^n}{n}\right].\int_{1/n}^{\delta}\frac{|\phi|}{t^2}dt,$$ (3.3) का प्रयोग करने पर

$$=O\left[\frac{(q+1)^n}{n}\right]\left[\frac{1}{t^2}O\left\{\frac{t\in\frac{1}{t}}{\log\frac{1}{t}}\right\}_{1/n}^{\delta}\right.$$

$$\left.+2\int_{1/n}^{\delta}\frac{1}{t^3}.O\left\{\frac{t\in\left(\frac{1}{t}\right)}{\log\left(\frac{1}{t}\right)}\right\}dt\right]$$

$$=O\left[\frac{(q+1)^n}{n}\right]\left[o\left\{\frac{n\in(n)}{\log n}\right\}\right]+O\left\{\frac{\in(n)}{\log n}\right\}.o\left[\int_{1/n}^{\delta}\left(\frac{dt}{t^2}\right)\right]$$

$$=o\left[(q+1)^n\right]+O\left[\frac{(q+1)^n}{n}\right].o\left\{\left(-\frac{1}{t}\right)_{1/n}^{\delta}\right\}$$

$$=o\left[(q+1)^n+O\left[\frac{(q+1)^n}{n}\right]\right].o(n)$$

$$=O\left[(q+1)^n\right]+O\left[(q+1)^n\right]$$

$$=O\left[(q+1)^n\right], \text{ज्यों ज्यों } n\to\infty \qquad (4.6)$$

(4.4), (4.5) तथा (4.6) को एकत्र करने पर हमें (4.3) में दिया परिणाम प्राप्त होता है। इससे प्रमेय 1 की उपपत्ति पूरी हो जाती है ।

5. प्रमेय 2 की उपपत्ति : प्रत्येक बिन्दु x पर, जिस पर

$$\bar{f}(x)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\psi(t)\cot\frac{1}{2}\,dt \qquad (5.1)$$

विद्यमान है फलने f (t) की फूरियर श्रेणी (1.1) की संयुग्मी श्रेणी (1.5) के nवाँ आंशिक योगफल $S_n(x)$ को

$$\bar{S}_n(x)-\bar{f}(x)=-\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\psi(t)\frac{\cos\left(n+\frac{1}{2}\right)t}{\sin\frac{1}{2}t}\,dt \qquad (5.2)$$

द्वारा व्यक्त किया जाता है । श्रेणी (1.5) के आंशिक योगफलों के अनुक्रम $\{S_n(x)\}$ का kवाँ (C,1) माध्य $\bar{\sigma}_k(x)$ है -

$$\sigma_k(x)-f(x)=-\frac{1}{2k\pi}\int_0^{\pi}\frac{\psi t}{\sin\frac{t}{2}}\left\{\sum_{v=0}^{k-1}\cos\left(v+\frac{1}{2}\right)t\right\}dt$$

$$=-\frac{1}{2k\pi}\int_0^{\delta}\psi t\frac{\cos\frac{kt}{2}\sin\frac{kt}{2}}{kt^2}+0(1) \qquad (5.3)$$

(1.13) का अनुगमन करने पर हमें सिद्ध करना होगा कि

$$\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}q^{n-k}|\bar{\sigma}_k(x)-\bar{f}(x)|=0\left[(q+1)^n\right] \quad \text{ज्यों ज्यों } n\to\infty \qquad (5.4)$$

जिससे प्रत्येक x बिन्दु पर जिस पर (5.1) विद्यमान होता है श्रेणी (1.5) जो (1.1) की संयुग्मी श्रेणी है उसकी प्रबल (E,q) (C,1) संकलनीयता को स्थापित किया जा सके । अब

$$J=\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}q^{n-k}|\bar{\sigma}_k(x)-\bar{f}(x)|$$

$$=\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}q^{n-k}\left|\int_0^{\delta}\psi(t)\frac{\cos\frac{kt}{2}\sin\frac{kt}{2}}{kt^2}\right|dt+o\left[\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}q^{n-k}\right]$$

$$\leq\int_0^{\delta}|\psi(t)|\sum_{k=1}^{n}\binom{n-1}{k-1}q^{n-k}\left|\frac{\cos\frac{kt}{2}\sin\frac{kt}{2}}{kt^2}\right|dt+o\left[(q+1)^{n-k}\right]$$

$$=\int_0^{\delta}|\psi(t)|\overline{K}_n(t)\,dt+o[(q+1)^n]$$

$$=\left(\int_0^{1/n}+\int_{1/n}^{\delta}\right)|\psi(t)|\overline{K}_n(t)\,dt+o\left[(q+1)^n\right]$$

$$=J_1+J_2+o\left[(q+1)^n\right] \qquad (5.5)$$

अब हम J_1 पर विचार करेंगे -

$$J_1=\int_0^{1/n}|\psi(t)|\overline{K}_n(t)\,dt$$

$$=O\left[n(q+1)^n\right].\int_0^{1/n}|\psi(t)|dt, \qquad \text{(3.2) का प्रयोग करने पर}$$

$$=O\left[n(q+1)^n\right].o\left[\frac{\in(n)}{n\log n}\right], \qquad \text{(2.5) का प्रयोग करने पर}$$

$$=o\left[(q+1)^n\right], \quad \text{ज्यों ज्यों } n\to\infty \quad \text{(2.2) का प्रयोग करने पर} \qquad (5.6)$$

अब J_2 पर विचार करने पर

$$J_2 = \int_{1/n}^{\delta} |\psi(t)| \overline{K}_n(t)\,dt$$

$$= O\left[\frac{(q+1)^n}{n}\right] \cdot \int_{1/n}^{\delta} \frac{|\psi(t)|}{t^2}\,dt$$

$$= o\left[(q+1)^n\right], \quad \text{ज्यों ज्यों } n \to \infty \tag{5.7}$$

यदि हम प्रमेय 1 में बिन्दु I_2 की उपपत्ति की भाँति गणना करें। (5.5) (5.6) एवं (5.7) को संचित करने पर हमें (5.4) में दिया हुआ परिणाम प्राप्त होता है। इससे प्रमेय 2 की उपपत्ति पूरी होती है।

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखकद्वय बनारस हिन्दू विश्वविद्यालय के गणित विभाग के अवकाशप्राप्त अध्यक्ष प्रो॰ एल॰ एम॰ त्रिपाठी को इस प्रपत्र की तैयारी में सहायता करने के लिए धन्यवाद ज्ञापित करते हैं ।

निर्देश

1. भटिया, के॰ एस॰ तथा सचान, एम॰ पी॰ : **विज्ञान परिषद अनुसन्धान पत्रिका** 2002, 45(1), 37-49.
2. हार्डी, जी. एच. : Divergent Series, Oxford at the Clarendon Press (1949).
3. हार्डी, जी. एच. तथा लिटिलवुड जे. ई. : Fund. Math., 1935, 25, 162-189
4. टिश्मार्श, ई. सी. : Theory of functions, IInd Edition, Oxford University Press (1939).

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 46, No. 2, April 2003

अतिआणविक रसायन : संक्षिप्त परिचय

लल्लन मिश्र

रसायन विभाग, काशी हिन्दू विश्वविद्यालय वाराणसी (उ॰ प्र॰)

सारांश

रसायनशास्त्र के नवोदित अतिआणविक रसायन का संक्षिप्त परिचय प्रस्तुत किया जा रहा है।

Abstract

Supramolecular Chemistry : An introduction. *By* L.Misra, Department of Chemistry, Banaras Hindu University, Varanasi (U. P.).

A brief introduction about an emerging branch of chemistry i.e. Supramolecular Chemistry is being given.

"Where nature finishes producing its own species, begins using natural things as with the help of this nature, to create an infinity of species".

Leonardo da vinche

Molecular Chemistry rules the covalent bond. Supramolecular Chemistry is "Chemistry beyond the molecule" whose goal is to gain control over the intermolecular non-covalent bond. It embodies the creative power of chemistry.

Jean - Marie Lehn, Nobel Laureate

व्यक्ति समाज की इकाई होता है अर्थात् समाज का निर्माण व्यक्तियों के संगठन से होता है। जैसे व्यक्ति होंगे समाज का निर्माण भी वैसे ही होगा। समाज में अनेकानेक व्यक्ति हैं तथा उनकी भिन्न-भिन्न आचार-संहिताएँ हैं। एक पिता की कई संतानें होती हैं परन्तु सबका अपना-अपना, अलग-अलग समाज होता है, साथ ही साथ उनका चाल-चलन भी अलग-अलग होता है। सर्वप्रथम हम व्यक्ति पर अपना ध्यान केन्द्रित करें। वैज्ञानिक भाषा में कहें तो व्यक्ति अणुओं के संगठन का वृहत्तम रूप है। फलतः जिस तरह व्यक्ति का समाज होता है

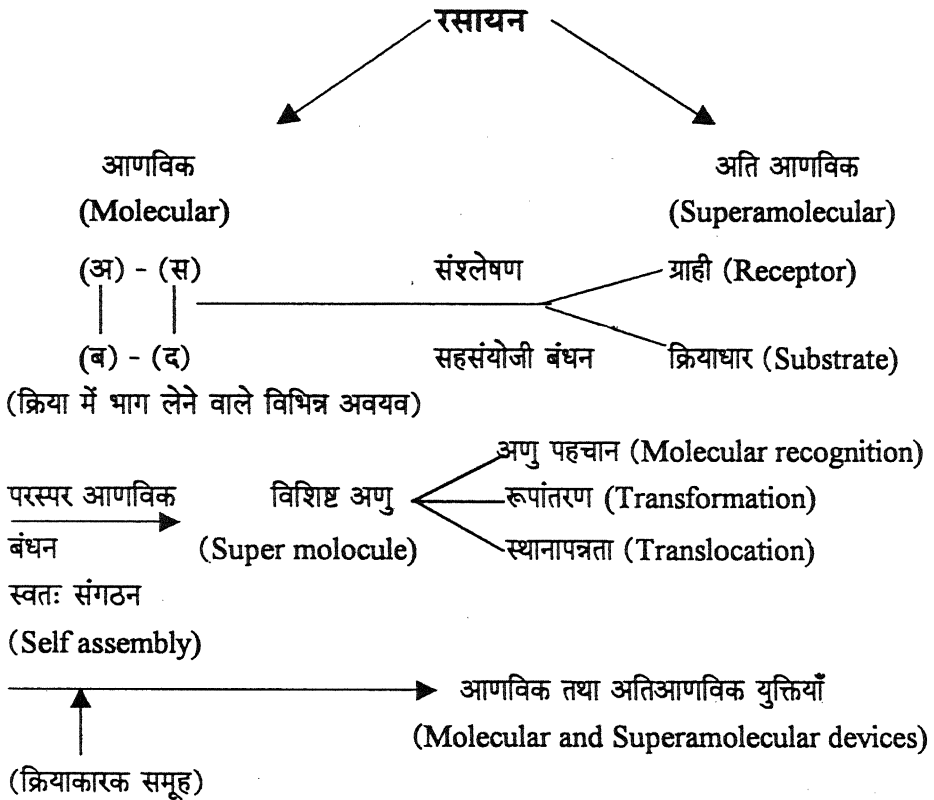
उसी प्रकार अणुओं का भी समाज होना चाहिए। जिस प्रकार व्यक्ति के तौर-तरीके से समाज प्रभावित होता है उसी प्रकार अणुओं के संगठन से व्यक्ति भी प्रभावित होगा।

यदि वैज्ञानिक क्षेत्र में विचरण करें तो पायेंगे कि जिस तरह व्यक्ति की कार्य-प्रणाली से, बातचीत से, उसके परिवेश आदि से व्यक्ति के आचरण का आकलन किया जा सकता है, उसी प्रकार अणुओं की स्थिति, ज्यामिति, संरचना आदि से अणुओं के संगठन की परख की जा सकती है। समस्या सिर्फ इस बात की है कि अणुओं की सूक्ष्म संरचना के बारे में सही-सही वैज्ञानिक आकलन कैसे करें। सौभाग्यवश 1957 में पेडर्सन द्वारा निर्मित क्राउन ईथर नामक यौगिकों से उनके विभिन्न आकार, संरचना आदि से पता चला कि एक विशेष प्रकार का क्राउन ईथर एक विशेष प्रकार के आयन या अणु से ही बंधन बना पाता है। इसी प्रयोग से चयनित (Selective) बंधन की बात सामने आई। इसका सरलतम उदाहरण है वैलिनोमाइसिन जो पोटैसियम आयन से चयनित बंधन बनाता है जबकि पोटैसियम के ही समूह के अन्य आयनों से नहीं । अतः एक विशेष प्रकार के अणु या आयन के बंधन लिए एक विशेष प्रकार की संरचना की आवश्यकता होती है। इसकी सत्यता का आकलन स्वयं समाज में उपलब्ध साक्ष्यों से संभव है। एक व्यक्ति का लगाव एक विशेष व्यक्ति से ही होता है। (यहाँ पर हम सार्थक बन्धन की बात करते हैं।) सभी व्यक्तियों से नहीं। ऐसा इसलिए संभव होता है कि दोनों व्यक्ति एक दूसरे की पूर्णता के सहयोगी होते हैं। पूर्णता के इस सिद्धान्त पर ही समाज में व्यक्तियों का आपसी ताल-मेल बढ़ता है। सरल रूप में कह सकते हैं कि इसी सिद्धांत के आधार पर किसी शिशु का लगाव अपने पिता की अपेक्षा माता से अधिक होता है। यही बात सूक्ष्मअणुओं पर भी लागू होती है। उदाहरणार्थ : एडेनिन, थायमिन से बंधन बनाता है तथा गुआनिन साइटोसिन से क्योंकि इन युग्मों में एक दूसर के पूरक क्रियात्मक समूह मौजूद हैं - एडेनिन का ऐमीनो समूह, थायमिन के आक्सी समूह से तथा गुआनिन का आक्सी समूह साइटोसिन के एमीनो से-परन्तु यदि एडिनिन की गुआनिन से क्रिया पर विचार करें तो सार्थक बंधन नहीं बनते क्योंकि उनमें पूरक समूह नहीं हैं। क्या यह वैज्ञानिक तथ्य स्वस्थ समाज के निर्माण में सहायक नहीं हो सकता? अवश्य ही। अतः विज्ञान के इस आधार को आगे बढ़ाने के हेतु केवल निम्नलिखित कथन पर ध्यान देने की आवश्यकता है -

वैज्ञानिक कार्यों में कल्पना का वही महत्व है जो लेखक या चित्रकार के कार्यों में होता है। जिस प्रकार कल्पित टुकड़ों को इकट्ठा करके एक नये साहित्य का सृजन होता है, उसी प्रकार प्रकृति-प्रदत्त पदार्थों को एक सोची-समझी क्रिया द्वारा इकट्ठा करके नये यौगिकों का सृजन किया जा सकता है। सृजन की इस प्रणाली में अपनी सोच को ऊँचा उठाना होगा। कुएँ के अन्दर बैठकर आकाश-विचरण की इच्छा करने वाले को इस समाज में कुछ करने का

अवसर नहीं मिलता। इसके लिए अपनी सोच के स्तर को सबसे पहले कुएँ की ऊपरी तह तक तो लाना ही होगा।

ऐसे ही विचारों को तथा पेडर्सन के द्वारा प्रदत्त यौगिकों या तथ्यों को ध्यान में रखकर फ्रांस के नोबेल पुरस्कारविजेता जीन-मेरी लेन ने विशिष्टतम अणु संगठन की बात सोची होगी तथा आगे चलकर अतिआणुविक रसायन (Supra Molecular Chemistry) की आधारशिला रखी ।

मानव इस संगठन का सबसे श्रेष्ठतम जीव है। अधिक सरलता से समझने के लिए निम्न वर्गीकरण का अवलोकन करें।

इस तरह जब विशिष्ट अणु संगठन में क्रियाशील समूह मौजूद होते हैं, जिन्हें किसी उद्देश्य हेतु उपयोग किया जा सकता है तो वे विशिष्टतम आणविक संरचना को जन्म देते हैं। यद्यपि इस प्रकार की संरचना का संज्ञान हमें जीवों की संरचना की समझ के बाद ही हुआ है,

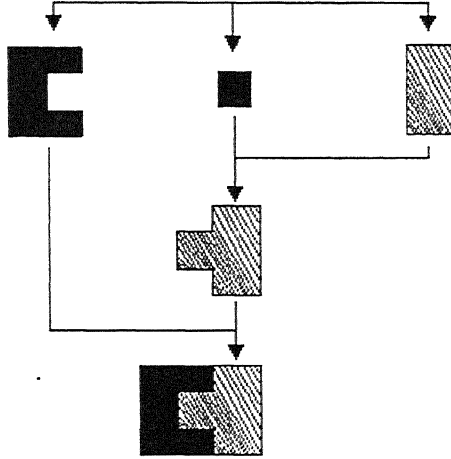
परन्तु जीव की इस कार्य-प्रणाली को समझने हेतु मनुष्यनिर्मित ऐसे जटिल अणु उपयोगी होते हैं। साथ ही प्रयोगशालाओं में नये पदार्थों का निर्माण करके जीवोपयोगी नये यौगिकों का निर्माण किया जा सकता है।

अणुओं का निर्माण सहसंयोजी बन्धन (Covalent Bond) द्वारा होता है और जब सभी अणु आपस में कमजोर बन्धनों, हाइड्रोजन बन्धन (H-Bonding) आदि, से जुटते हों तो विशिष्टतम अणुओं का निर्माण होता है। इसी अवसर पर एडेनिन तथा थायमिन या गुआनिन और साइटोसिन के आपस में संगठन का संदर्भ दिया जा सकता है। ऐडीनिन के ऐमीनो समूह का हाइड्रोजन थायमिन के आक्सी समूह से हाइड्रोजन बंधन बनाता है। इस प्रकार अन्य बंधनों का भी सृजन होता है। प्रश्न उठता है कि प्रकृति की इस विधि को कैसे अपनाया जाये ? यदि एक जैविक सेल का निर्माण करना हो तो ऐसे सेल को भी अवयवों को एक-एक स्तर पर जोड़ना पड़ेगा। इसमें समय ज्यादा से ज्यादा तो लगेगा ही, साथ ही साथ त्रुटि होने की संभावना बढ़ जाती है। एक भी स्तर पर थोड़ी सी त्रुटि पूरी प्रक्रिया को नष्ट कर सकती है। अतः प्रकृति के द्वारा अपनायी गयी स्वतः संगठन (Self-Assembly) की बात को बाल्डेन ने आगे बढ़ाया । सर्वप्रथम उसने यह संभावना व्यक्त की कि सेल (Cell) के सभी अवयवों में असहसंयोजी (Non-Covalent) बंधन हो सकते हैं। इस बंधन द्वारा वाल्डेन ने राइबोसोमों, माइटोकान्ड्रिया तथा एन्जाइमों के संश्लेषण की संभावना व्यक्त की। इस प्रकार के निर्माण में निम्नलिखित सुविधाएँ हैं :-

1. संरचनात्मक त्रुटि की संभावना कम रहती है।
2. कम से कम क्रियाधारों की आवश्यकता होती है।
3. आसानी से अन्तिम उत्पाद (Product) बनाये जा सकते हैं।
4. आर्थिक दृष्टि से ऐसे संश्लेषण महत्वपूर्ण होते हैं।

स्वतःसंगठन की विधा जैविक तथा रासायनिक दोनों प्रकार की विधाओं को आपस में समायोजित करती है। उदाहरणार्थ, यदि आप एक कार के निर्माण की कल्पना इसी विधि द्वारा करें, जिसमें उस कार से सभी कल-पुर्जे यदि एक दूसरे से पहचान रखते हों तो जैसे ही वे एक दूसरे के पास आयेंगे, वे स्वतः जुट कर एक कार का निर्माण कर लेंगे।

जैविक स्तर पर हीमोग्लोबिन का उदाहरण काफी सरल होगा जिसमें ऐल्फा-2 तथा बीटा-2 परस्पर असहसंयोजी बंधन द्वारा जुड़े होते हैं। इस संयोजन की विशेष बात है कि हर अणु अपनी एक निश्चित ज्यामिति में तथा निश्चित स्थान पर होता है। ऐसा न होने पर संगठन विकृत हो जाता है। यदि हीमोग्लोबिन बीटा श्रृंखला में ग्लुटामिक अम्ल के स्थान पर वैलीन हो जाये तो सिकिल सेल एनीमिया का रोग हो जाता है। इसी प्रकार यदि ऐल्फा श्रृंखला छोटी

हो जाय जो ऐल्फा थैलासेमिया (α -Thalasemia) का रोग होता है जिसमें आक्सीजन का बंधन बहुत ही असहयोगी (Non-Cooperative) हो जाता है जिससे उत्पाद विकृत हो जाता है। इस स्वतःसंगठन (Self-Assembly) की विधा को और आसानी से निम्न रूप में समझा जा सकता है।

स्वतःसगंठन के आधार पर संश्लेषण बिधा का एक नमूना

स्वतःसंगठन का दूसरा उत्कृष्ट उदाहरण वाइरस है जिसको एक 'आणविक मशीन' कहा जा सकता है क्योंकि वह अपना सृजन स्वतः करता रहता है।

इस प्रकार अणुओं का परस्पर-मिलन एक विशेष प्रकार की पहचान की अवधारणा का ज्ञान कराता है। जीव जगत में क्रियाधार का एक विशेष प्रकार के ग्राही के बंधन, एन्जाइम की क्रियाएँ, प्रोटीनों का एक जटिल संगठन, ऐन्टीजन-ऐन्टीबाडी संगठन, अन्तर आणविक पठन (Intermolecular reading), जेनेटिक कोडों का डी॰ एन॰ ए॰ बन्धन द्वारा प्रदर्शन, वाइरस का सेल के अन्दर प्रवेश, न्यूरो-ट्रान्समिटर द्वारा संकेतक का प्रेरण तथा सेल-पहचान आदि अणु-पहचान पर ही निर्भर करते हैं। इस प्रकार जीव-जगत के अवयवों को बनाने की प्रक्रिया में इन असहसंयोजी अन्योन्यक्रियाओं (Non-covalent interactions) की ज्यामिति आदि का सही-सही आकलन करना परम आवश्यक होता है। इस प्रक्रिया में रसायनज्ञ इन्हीं जीव-जगत की घटनाओं से प्रेरणा तथा ज्ञान दोनों प्राप्त करता है। रसायन विज्ञान जीव-विज्ञान में पाये जाने वाले तत्वों तथा विधाओं तक ही सीमित नहीं है, बल्कि वह नये पदार्थों तथा नई विधाओं की खोज के लिए पूर्ण रूप से स्वतंत्र है। इस प्रकार विशिष्टतम आणविक रसायन पूर्ण रूप से विज्ञान की तमाम शाखाओं को जोड़ने का कार्य करता है

चूंकि, रसायन की यह शाखा अभी अपनी यौवनावस्था की ओर अग्रसर हो रही है, अतः यही सही अवसर है कि सभी जीव-वैज्ञानिक, भौतिकशास्त्री तथा जैविक-रसायनज्ञ तथा जैविक प्रौद्योगिकी विशेषज्ञ मिलें तथा परस्पर प्रयासरत हों जिससे मानव समाज की सेवा में और अधिकता से विज्ञान सक्षम हो सके।

यद्यपि रसायन की इस शाखा का विकास पेडर्सन के क्राउन ईथर से माना जाता है लेकिन उसके पहले देखें तो पाते हैं कि इस शाखा का उद्गम पाल अहरलिच के इस कथन पर निर्भर है कि " यदि अणु एक दूसरे से नहीं बंधते तो उनमें क्रियाशीलता नहीं आती है।" (Corpora non agunt nisi fixata)। यहीं से ग्राही की खोज शुरू होती है जिस पर आज आणविकी पहचान (Molecular Recognition) निर्भर है। लेकिन यह बंधन विशेष प्रकार से चयनित होता है जैसा कि एमिल फिशर ने 'ताला एवं चाभी' (Lock and key) के सिद्धान्त का प्रतिपादन किया। इस प्रकार स्थिरण (Fixation), पहचान (Recognition) तथा समन्वयन (Coordination) - इन्हीं तीन अवधारणाओं पर विशिष्टतम आणविक रसायन की नींव पड़ी।

विज्ञान में जब किसी नवीन क्षेत्र का अविष्कार होता है तो उसकी अपनी एक विशेष शब्दावली निर्मित करनी होती है और उसे समझने के लिए उस शब्दावली का ज्ञान परम आवश्यक होता है। यद्यपि इस शाखा की शब्दावली अभी भी पूर्ण नहीं है फिर भी ऐसी शब्दावली की रचना हुई है जो सर्वमान्य है। चूंकि यह शाखा अन्य शाखाओं को जोड़ती है अतः इसकी शब्दावली को भी उन अर्न्तभाषाओं से लिया गया है। इसमें यह शाखा विशेष रूप से समन्वयन रसायन एवं जीव विज्ञान की ऋणी है। यह समझना चाहिए कि इस रसायन में चूंकि क्रियाधार (Substrate) एवं ग्राही अवयव मुख्य हैं, क्रियाधार को σ से तथा ग्रहण को ρ से दर्शाया जाता है। चूंकि विशिष्टतम आणविक रसायन मोटे तौर पर इन्हीं दो शब्दों से सम्बन्धित होता है अतः वह जटिल यौगिक जो इनके सहयोग से बनता है उसे हम $\sigma\rho$ से प्रदर्शित करते हैं। यदि ग्राही संरचना ऐसी है कि यह क्रियाधार को अपने में समाहित कर सकता हो तो उसको $\sigma\rho\subset$ से दर्शाया जाता है। यदि दोनों आंशिक रूप में पारस्परिक आकर्षण से बनते हैं तो उसे $\sigma\cap\rho$ से प्रदर्शित किया जाता है ।

यदि शुद्ध रूप से इस पहचान को परिभाषित करें तो पायेंगे कि यह एक प्रकार की ऊर्जा और सूचना है जो ग्राही द्वारा चयनित क्रियाधार के विशेष बंधन के फलस्वरूप प्राप्त होती है। मात्र बंधन ही आणविक पहचान नहीं है। यह सोद्देश्य बंधन होता है। अतः यह अणुओं के विशेष संगठन की सूचना अणुओं के विशेष रचना जाल में भण्डारित होती है। नैनोटेक्नोलॉजी के विकास में इसी अवधारणा का प्रयोग होता है तथा सूचना तकनीक में

आवश्यक पदार्थों की रचना भी इसी विधा पर निर्भर होती है।

मानव निर्मित ग्राहियों में विशेष रूप से विभिन्न प्रकार के मैक्रोसाइकिल्स तथा क्रिप्टेन्ड आते हैं। वैलिनोमाइसिन भी एक प्रकार का मैक्रोसाइकिल होता है।

अतः विशिष्टतम संगठन के संश्लेषण हेतु विशेष प्रकार के ग्राहियों की रचना की आवश्यकता पड़ती है जिससे एक निश्चित क्रियाधार असहसंयोजी बंधन द्वारा (हाइड्रोजन-बंधन प्रमुख है) जुड़ता है। इन असहसंयोजी बंधनों में हाइड्रोजन बंधन के अलावा बहुत से और निर्बल बंधन, जिसमें पाई-पाई (π-π) बंधन प्रमुख है, सम्मिलित हैं। पाई-पाई बंधन तो जैविक जगत में प्रमुख है। यही बंधन डी॰ एन॰ ए॰ की संरचना को स्थायित्व प्रदान करता है। अनेकानेक अन्य आणविक संरचनाओं में भी इसी बंधन की आवश्यकता पड़ती है जैसे केटेनेन, रोटाक्जेन आदि। वर्तमान में संक्रमण धातु (Transition metal) का उपयोग करके उसके विशेष प्रकार के जटिल यौगिकों का प्रयोग कर विभिन्न प्रकार की ज्यामितीय संरचना वाली आणविक मशीनों का आविष्कार संभव हो पा रहा है। संश्लेषण के बाद की स्थिति, जब वैज्ञानिक संश्लेषित पदार्थों की संरचना के बारे में जानकारी प्राप्त करने चलते हैं तो ऐसे आणविक संगठन में कठिनाइयों का सामना करना पड़ता है क्योंकि इसमें अणु परस्पर निर्बल बंधनों द्वारा जुटे होते हैं । एक्सरे (X-Ray) का प्रयोग जिन पदार्थों में किया जाना संभव हो सका है जिन्हें ठोस क्रिस्टलीय रूप में पाया जा सकता है।

निम्नांकित सारणी में विभिन्न प्रकार के ग्राहियों तथा क्रियाधारों का विवरण दिया गया है।

ग्राही	क्रियाधार
1. क्राउन ईथर तथा क्रिप्टेट	आवर्त सारणी के एल्कली तथा ऐल्कलाइन एवं लैंथेनाइड आयन
2. पालीएजा तथा पालीथिया लिगांड	संक्रमण तत्व
3. हेक्सापीरीडिन वाले यौगिक (टोरेंड)	लैंथेनाइड एवं एक्टीनाइड तत्व
4. अकार्बनिक क्रिप्टेट	लैंथेनाइड में विशेष रूप Eu^{3+} से Tb^{3+}
5. मैक्रोट्राइक्रिप्टेट्स	अमोनियम आयन, जल एवं क्लोराइड आयन
6. पालीअमोनियम मैक्रोसाइकिल	कार्बक्सिलेट एवं फास्फेट आयन
7. साइक्लोडेक्सट्रिन एवं क्रिप्टोफेन्स	मीथेन के व्युत्पन्न तथा धात्विक आयन
8. मेटैलोरिसेप्टर (आर्गेनोपैलेडियम क्राउन ईथर)	हाइड्रोजन आयन

इन्हीं ग्राहियों का उपयोग करके विभिन्न प्रकार के सेंसरों का निर्माण भी संभव है जो आगे चल कर युद्ध के समय प्रयोग होने वाले सेंसर तथा जैविक घटनाओं के सेंसर आदि के निर्माण में सहायक सिद्ध हो सकता है।

जब कार्बनिक या अकार्बनिक संगठनों में इलेक्ट्रानों का ध्रुवीकरण होता है तो वह एक विशेष संरचना को जन्म देत है जिसे हम अरैखिक प्रकाशकीय (नान लीनियर प्रापर्टी) कहते हैं। यह अणुओं में निहित गुण तथा उनके विशेष संगठन आदि पर निर्भर करती है। संगठनों में ठोस, पाउडर, एकस्तरीय तथा बहु-स्तरीय फिल्म आदि सम्मिलित हैं। यह आणविक तथा अतिआणविक संगटनों की अभियांत्रिकी का एक विशेष नमूना है।

आणविक इलेक्ट्रानिक्स की दिशा में प्रयास इन्हीं अणुओं के विशेष संगठन से संभव है। इसमें संग्राहक के पास ऐसे क्रिया-समूह हों जो प्रकाश की उपस्थिति में इलेक्ट्रान की ऊर्जा का स्थानान्तरण करा सकने में सक्षम हो। इसमें रूथेनियम धातु के यौगिकों का विशेष योगदान प्राप्त है $[Ru\ (bpy)_3]^{2+}$ - bpy = 2,2' बाइपिरीडिन। इलेक्ट्रान के एक स्थान से दूसरे स्थान पर जाने की क्रिया जीवन-विज्ञान में बहुत ही महत्वपूर्ण है। डी॰एन॰ए॰ इलेक्ट्रानों के स्थानान्तरित करने में सहयोगी का कार्य करता है। इस प्रकार की सूचनाओं का उपयोग आणविक-तार (Molecular wire) आदि के विकास में काफी महत्वपूर्ण हो सकता है।

आणविक चुम्बकीय मशीन (Molecular Magnetic Device) का विकास एक विशेष प्रकार के पदार्थों के संश्लेषण से ही संभव है जो स्वभाव में अतिअणु के संगठन जैसा ही है।

निर्देश

(1) लीन-मेरी-लेहन : Supra Molecular Chemistry, VC H Weinheim, 1995

(2) रस्तोगी, आर. पी तथा मिश्रा, लल्लन : Indian Journal of Chemistry, 1998, 37 A, 377-392.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 46, No. 2, April 2003

सार्वीकृत H-फलन के लिए प्रसार सूत्र

चेनाराम तथा दिनेश कुमार

गणित एवं सांख्यिकी विभाग, जयनारायण व्यास विश्वविद्यालय, जोधपुर (राज.)

[प्राप्त - सितंम्बर 3,2002]

सारांश

इस प्रपत्र में सार्वीकृत H-फलन के लिए चार प्रसार सूत्र प्राप्त किये गये हैं। प्राप्त परिणाम लारीनोविक्ज [7] तथा माइजर [10] के शोधकार्य को आगे बढ़ाने वाले हैं ।

Abstract

Expansion formulas for generalized H-function. *By* Chena Ram and Dinesh Kumar Department of Mathematics and Statistics, Jai Narain Vyas University, Jodhpur (Raj).

The authors derive four expansion formulas for the generalized H-function.The results obtained extend the researches carried out by Lawrynowicz [7] and Meijer.[10]

1. प्रस्तावना

इस प्रपत्र का उद्देश्य इनायत हुसैन [4] द्वारा प्राप्त H-फलन के लिए चार प्रसार सूत्रों का मूल्यांकन करना है। इनायत हुसैन के अनुसार $\overline{H}(x)$ हम द्वारा अंकित सार्वीकृत फलन को परिभाषित करते हैं ।

$$\overline{H}(z)=\overline{H}_{p,q}^{m,n}[z]=\overline{H}_{p,q}^{m,n}\left[Z\left|\begin{matrix}(\alpha_j,A_j,a_j)_{1,n}\,(\alpha_j,A_j)_{n+1,p}\\(\beta_j,B_j)_{1,m},(\beta_j,B_j,b_j)_{m+1,q}\end{matrix}\right.\right]$$

$$=\frac{1}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty}\theta(s)z^{s}\,ds, \qquad (1.1)$$

जहाँ

$$\theta(s)=\frac{\prod_{j=1}^{m}\Gamma(\beta_j-B_js)\prod_{j=1}^{n}\{\Gamma(1-\alpha_j+A_{js})\}^{a_j}}{\prod_{j=m+1}^{q}\{\Gamma(1-\beta_j+B_{js})\}^{b_j}\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j-A_{js})} \tag{1.2}$$

जिसमें कतिपय Γ- फलनों के भिन्नात्मक घात हैं । यहाँ पर z वास्तविक या संकुल हो सकता है किन्तु शून्य नहीं है। रिक्त गुणनफल इकाई माना जाता है; p, q, m तथा n ऐसे पूर्णांक हैं कि $1 \le m \le q, o \le n \le p; A_j > o(j=1,\ldots,p), \beta_j > o(j=1,\ldots,q)$ तथा $\alpha_j(j=1,\ldots,p)$ एवं $\beta_j(j=1,\ldots,q)$ संकुल प्राचल हैं । घात $a_j(j=1,\ldots,n)$ एवं $b_j(j=m+1,\ldots,q)$ अपूर्ण मान ग्रहण कर सकते हैं। $\bar{H}$- फलन के पूर्ण विवरण के लिए साहित्य का अवलोकन किया जा सकता है [1, 14, 11]। सक्सेना तथा गुप्ता [12,13] ने वितरणात्मक $\bar{H}$-फलन के लिए अबेलियन प्रमेयों तथा संकुल प्रतिलोम प्रमेय की स्थापना की है । जब घात $a_j = b_j = 1, \forall i, j$ तो $\bar{H}$ -फलन परिचित फाक्स के H-फलन [9] में समानीत हो जाता है ।

H-फलन के गुणांक का अति उत्तम विवरण मथाई तथा सक्सेना [9] ने दिया है । हाल ही में किल्बस तथा सैगो ने [5,6] लागरेथ्मिक दिशाओं सहित H-फलन का अतिगामी प्रसार दर्शाया है ।

$L^v(z)$ जो संकुल क्रम v का बहुलागरैथ्मी है तथा H-फलन को जोड़ने वाला एक सम्बन्ध सक्सेना [1] ने निम्नवत् दिया है -

$$L^v(z)=H_{1,2;v-1}^{1,1;v}\left[-z\left|\begin{matrix}1,1;v\\(0,1)(0,1;v-1)\end{matrix}\right.\right],$$

जो $L^v(z)$ संकुल क्रम v का बहुलागरेथ्मी है वह मैरिचेव [8] की पुस्तक में प्राप्त है।

$\bar{H}$-फलन वाले समाकलनों का मूल्यांकन हाल में गुप्ता तथा सोनी [2] ने किया है ।

2. प्रसार सूत्र

हम निम्नांकित परिणामों की स्थापना करेंगे -

(i)
$$\bar{H}_{p,q}^{m,n}\left[\lambda Z\left|\begin{matrix}(a_j,A_j,a_j)_{1,n},(a_j,A_j,)_{n+1,p}\\(\beta_j,B_j,)_{1,m},(\beta_j,B_j,b_j)_{m+1,q}\end{matrix}\right.\right]=\lambda^{(\beta_1/B_1)}\sum_{r=0}^{\infty}\frac{\left(1-\lambda^{1/B_1}\right)^r}{r!}$$

$$\times \bar{H}^{m,n}_{p,q}\left[Z \middle| \begin{matrix} (\alpha_j, A_j, a_j)_{1,n}, (\alpha_j, A_j)_{n+1,p} \\ (\beta_1 + r, B_1,)(\beta_j B_j)_{2,m}, (\beta_j, B_j, b_j)_{m+1,q} \end{matrix} \right] \tag{2.1}$$

जहाँ $m = 1$ तथा $m > 1$ के लिए λ यादृच्छिक है

$$\left|\lambda^{1/B_1} - 1\right| < 1; \arg(\lambda z) = B_1 \arg\left(\lambda^{1/B_1}\right) + \arg(z), \left|\arg\lambda^{1/B_1}\right| < \pi/2, \Omega > 0$$

तथा Ω को निम्नवत् परिभाषित किया जाता है -

$$\Omega = \sum_{j=1}^{m} |B_j| + \sum_{j=1}^{n} |a_j A_j| - \sum_{j=m+1}^{q} |b_j B_j| - \sum_{j=n+1}^{p} |A_j| \tag{2.2}$$

(ii)

$$\bar{H}^{m,n}_{p,q}\left[\lambda Z \middle| \begin{matrix} (\alpha_j, A_j, a_j)_{1,n}, (\alpha_j, A_j,)_{n+1,p} \\ (\beta_j, B_j,)_{1,m}, (\beta_j, B_j, b_j)_{m+1,q} \end{matrix} \right]$$

$$= \lambda^{(\alpha_p - 1)/Ap} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(1 - \lambda^{1/Ap} - 1\right)^r}{r!}$$

$$\times \bar{H}^{m,n}_{p,q}\left[Z \middle| \begin{matrix} (\alpha_j, A_j, a_j)_{1,n}, (\alpha_j, A_j)_{n+1,p-1}, (\alpha_p - r, A_p) \\ (\beta_j, B_j)_{1,m}, (\beta_j, B_j, b_j)_{m+1,q} \end{matrix} \right] \tag{2.3}$$

जहाँ $p > n, \mathrm{Re}\left(\lambda^{1/Ap}\right) > \frac{1}{2}; \arg(\lambda z) = A_p \arg\left(\lambda^{1/Ap}\right) + \arg(z), \left|\arg\lambda^{1/Ap}\right| < \frac{\pi}{2}, \Omega > 0$

तथा Ω की परिभाषा (2.2) में दी गई है ।

(iii)

$$\bar{H}^{m,n}_{p,q}\left[\lambda z \middle| \begin{matrix} (\alpha_1, A_1), (\alpha_j, A_j, a_j)_{2,n}, (\alpha_j A_j)_{n+1,p} \\ (\beta_j, B_1)_{1,m} (\beta_j, B_j, b_j)_{m+1,q} \end{matrix} \right]$$

$$= \lambda^{(\alpha^1 - 1) A_1} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(1 - \lambda^{1/A_1}\right)^r}{r!}$$

$$\bar{H}^{m,n}_{p,q}\left[z \middle| \begin{matrix} (\alpha_1 - r, A_1), \left(\alpha_j, A_j, a_j\right)_{2,n}, (\alpha_j, A_j)_{n+1,p} \\ (\beta_j, B_j)_{1,m}, (\beta_j, B_j, b_j)_{m+1,q} \end{matrix} \right] \tag{2.4}$$

जहाँ $n>0, \operatorname{Re}\left(\lambda^{1/A_1}\right)>\frac{1}{2}; \arg(\lambda z)=A_1 \arg\left(\lambda^{1/A_1}\right)+\arg(z),$

$\left|\arg\lambda^{1/A_1}\right|<\frac{\pi}{2}, \Omega>0$ तथा Ω की परिभाषा (2.2) में दी गई है ।

(iv)

$$\overline{H}^{m,n}_{p,q}\left[\lambda z \left| \begin{matrix} (\alpha_j, A_j, a_j)_{1,n}, (\alpha_j A_j)_{n+1,p} \\ (\beta_j, B_1)_{1,m}, (\beta_j, B_j, b_j)_{m+1,q-1}, (\beta_q, B_q) \end{matrix} \right.\right]$$

$$=\lambda^{(\beta_q/B_q)} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(\lambda^{1/B_q}-1\right)^r}{r!}$$

$$\overline{H}^{m,n}_{p,q}\left[z \left| \begin{matrix} (\alpha_j, A_j, a_j)_{1,n}, (\alpha_j, A_j)_{n+1,p} \\ (\beta_j, B_j)_{1,m}, (\beta_j, B_j, b_j)_{m+1,q-1}, (\beta_q+r, B_q) \end{matrix} \right.\right] \quad (2.5)$$

जहाँ $q>m, \left|\lambda^{1/B_q}-1\right|<1; \arg(\lambda z)=B_q \arg\left(\lambda^{1/B_q}\right)+\arg(z), \left|\arg\lambda^{1/B_q}\right|$ $<\frac{\pi}{2}, \Omega>0$ तथा Ω की परिभाषा (2.2) में दी गई है ।

(2.1), (2.3), (2.4) एवं (2.5) की उपपत्तियों को माइजर [10] द्वारा अपनाई गई विधि अनुसार $\overline{H}$-फलन (1.1) की परिभाषा को व्यवहृत करके विकसित किया जा सकता है ।

3. विशिष्ट दशाएँ

(i) जब (2.1), (2.2), (2.3) एवं (2.4) में $a_i = b_j = \ \forall\, i, j$ तथा j तो $\overline{H}$ फ $\overline{H}$ फाक्स के H-फलन में समानीत हो जाता है और हमें लारीनोविक्ज [7] द्वारा प्र परिणाम प्राप्त होते हैं ।

(ii) दूसरी ओर (2.1), (2.2), (2.3) एवं (2.4) में $a_i = A_j = b_j = 1 \forall\, i,$ तथा j फलन माइजर के G- फलन में समानीत हो जाता है और हमें माइजर [10] द्वारा प्रदत्त परि मिलते हैं ।

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखकद्वय गणित के एमेरिटस प्रोफेसर आर. के. सक्सेना के प्रति धन्यवाद ज्ञापित करते हैं जिन्होंने इस शोधकार्य में रुचि ली ।

निर्देश

1. बुशमैन, आर.जी. तथा श्रीवास्तव, एच. एम. : J. Phys. A., Math. Gen., 1990, 2-3, 4707 - 4710.
2. गुप्ता, के. सी. तथा सोनी,आर. सी. : Kyungpook. Math. J. 2001, 41, 97-104.
3. फाक्स, सी. : Trans. Amer. Math. Soc., 1961,98, 395-429
4. इनायत हुसैन, ए. ए. : J. Phys. A. : Math. Gen. 1987, 20, 4119-4128.
5. किल्बस, ए. ए. तथा सैगो, एम. : On asymptotics of Fox's H-function at zero and infinity, Transforms, Methods and Special functions, Proc. Intern. Workshop, (12-17 August 1994), pp. 99-122, Science culture Techn. Publ. Singapore, 1995.
6. वही : J. Appl. Math. Stoch Anal. 1999, 12, 191-204
7. लारीनोविक्ज, जे : Ann. Polon. Math. 1969, 21, 102-123.
8. मैरिचेव, ओ.जे. : Handbook of integral transforms of higher transcendental functions theory and algorithmic tables (translated by L.W. Longdon), Ellis Horwood Limited Publishers, New York, Brisbane, Chichester, Toronto, 1982.
9. मथाई,एम. एम. तथा सक्सेना, आर. के. : The H- functic [illegible]th applicatios in Statistics and other disciplines, John Wiley and S[illegible] 1978.
10. माइजर, सी. एस. : Nederl. Akad. Wetensch. Proc. [illegible] 062-[illegible]
11. सक्सेना, आर. के. : Le Matematiche, [illegible]3, 123-1[illegible]
12. सक्सेना, आर. के. तथा नीलमणि गुप्ता [illegible] Pure [illegible] 1[illegible] 25-8, 869-879.
13. वही : Indian J.Pure Appl. Math., 19[illegible]

जहाँ $n>0, \text{Re}\left(\lambda^{1/A_1}\right)>\frac{1}{2}; \arg(\lambda z)=A_1 \arg\left(\lambda^{1/A_1}\right)+\arg(z),$

$\left|\arg \lambda^{1/A_1}\right|<\frac{\pi}{2}, \Omega>0$ तथा Ω की परिभाषा (2.2) में दी गई है ।

(iv)

$$\overline{H}_{p,q}^{m,n}\left[\lambda z \left| \begin{matrix} (\alpha_j, A_j, a_j)_{1,n}, (\alpha_j A_j)_{n+1,p} \\ (\beta_j, B_1)_{1,m}, (\beta_j, B_j, b_j)_{m+1,q-1}, (\beta_q, B_q) \end{matrix} \right.\right]$$

$$= \lambda^{(\beta_q/B_q)} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(\lambda^{1/B_q}-1\right)^r}{r!}$$

$$\overline{H}_{p,q}^{m,n}\left[z \left| \begin{matrix} (\alpha_j, A_j, a_j)_{1,n}, (\alpha_j, A_j)_{n+1,p} \\ (\beta_j, B_j)_{1,m}, (\beta_j, B_j, b_j)_{m+1,q-1}, (\beta_q+r, B_q) \end{matrix} \right.\right] \quad (2.5)$$

जहाँ $q>m, \left|\lambda^{1/B_q}-1\right|<1; \arg(\lambda z)=B_q \arg\left(\lambda^{1/B_q}\right)+\arg(z), \left|\arg \lambda^{1/B_q}\right|$ $<\frac{\pi}{2}, \Omega>0$ तथा Ω की परिभाषा (2.2) में दी गई है ।

(2.1), (2.3), (2.4) एवं (2.5) की उपपत्तियों को माइजर [10] द्वारा अपनाई गई विधि के अनुसार $\overline{H}$-फलन (1.1) की परिभाषा को व्यवहृत करके विकसित किया जा सकता है ।

3. विशिष्ट दशाएँ

(i) जब (2.1), (2.2), (2.3) एवं (2.4) में $a_i = b_j = \forall$ i, j तथा j तो $\overline{H}$ फलन $\overline{H}$ फाक्स के H-फलन में समानीत हो जाता है और हमें लारीनोविक्ज [7] द्वारा प्रदत्त परिणाम प्राप्त होते हैं ।

(ii) दूसरी ओर (2.1), (2.2), (2.3) एवं (2.4) में $a_i = A_j = b_j = 1 \forall$ i, तथा j तो फलन माइजर के G- फलन में समानीत हो जाता है और हमें माइजर [10] द्वारा प्रदत्त परिणाम मिलते हैं ।

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखकद्वय गणित के एमेरिटस प्रोफेसर आर. के. सक्सेना के प्रति धन्यवाद ज्ञापित करते हैं जिन्होंने इस शोधकार्य में रुचि ली ।

निर्देश

1. बुशमैन, आर.जी. तथा श्रीवास्तव, एच. एम. : J. Phys. A., Math. Gen., 1990, 2-3, 4707 - 4710.
2. गुप्ता, के. सी. तथा सोनी,आर. सी. : Kyungpook. Math. J. 2001, 41, 97-104.
3. फाक्स, सी. : Trans. Amer. Math. Soc., 1961,98, 395-429
4. इनायत हुसैन, ए. ए. : J. Phys. A. : Math. Gen. 1987, 20, 4119-4128.
5. किल्बस, ए. ए. तथा सैगो, एम. : On asymptotics of Fox's H-function at zero and infinity, Transforms, Methods and Special functions, Proc. Intern. Workshop, (12-17 August 1994), pp. 99-122, Science culture Techn. Publ. Singapore, 1995.
6. वही : J. Appl. Math. Stoch Anal. 1999, 12, 191-204
7. लारीनोविक्ज, जे : Ann. Polon. Math. 1969, 21, 102-123.
8. मैरिचेव, ओ.जे. : Handbook of integral transforms of higher transcendental functions theory and algorithmic tables (translated by L.W. Longdon), Ellis Horwood Limited Publishers, New York, Brisbane, Chichester, Toronto, 1982.
9. मथाई,एम. एम. तथा सक्सेना, आर. के. : The H- function with applicatios in Statistics and other disciplines, John Wiley and Sons. Inc., 1978.
10. माइजर, सी. एस. : Nederl. Akad. Wetensch. Proc. 1941, 44, 1062-1070.
11. सक्सेना, आर. के. : Le Matematiche, 1998, 53, 123-131.
12. सक्सेना, आर. के. तथा नीलमणि गुप्ता : Indian J. Pure Appl. Math., 1994, 25-8, 869-879.
13. वही : Indian J.Pure Appl. Math., 1995, 26-11, 1-7.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 46, No. 2, April 2003

एकसंयोजी, तारावत् तथा अवमुख H-फलन

तारिक क्यू. सलीम

गणित विभाग, अल-अजहर यूनिवर्सिटी, गाजा

गाजा पो.आ.- बाक्स 1277 (पैलेस्टाइन)

[प्राप्त - अप्रैल 29, 2002]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र में एकसंयोजी, तारावत् तथा अवमुख H-फलन की कतिपय श्रेणियों से सम्बद्ध कई परिणामों की स्थापना की गई है। इन परिणामों को माइजर श्रेणी G-फलन से सम्बन्धित नवीन परिणामों को प्राप्त करने के लिए प्रयुक्त किया गया है ।

Abstract

Univalent, starlike and convex H-function. *By* Tariq Q. Salim, Department of Mathematics, AL-Azher University - Gaza, Gaza, P.O. Box 1277, (Palestine).

In this paper we establish several results associated with certain classes of univalent, starlike and convex H- function. These results are applied to get new results associated to Meijer's G-function. Also several known results studied recently in [7] and [9] can be obtained as special cases.

1. प्रस्तावना

माना कि m, n, p, q, $\in N$ ऐसे हैं कि $o \leq m \leq q$, $o \leq n \leq p$ तथा मानाकि a_i, $b_j \in C$ एवं A_i, $B_j \in R$ ($j = 1, ---, q$; $i = 1, --- p$). इस प्रपत्र में आये H-फलन को निम्नांकित द्वारा [2,p. 408] परिभाषित किया जाता है ।

$$H^{m,n}_{p,q}[Z]=H^{m,n}_{p,q}\left[Z\left|\begin{matrix}(a_j,A_j)_{1,p}\\(b_j,B_j)_{1,q}\end{matrix}\right.\right]=\frac{1}{2\pi i}\int_L \theta(s)Z^s\,ds \qquad (1.1)$$

जहाँ $$\theta(s)=\frac{\prod_{j=1}^{m}\Gamma(b_j-B_js)\prod_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j+A_js)}{\prod_{j=m+1}^{q}\Gamma(1-b_j+B_js)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j-A_js)} \qquad (1.2)$$

कंटूर L को विशेष रूप से चुना जाता है तथा रिक्त गुणनफल यदि कोई हो तो उसे 1 मान लिया जाता है । इस फलन का सिद्धांत संदर्भ [5, Chap. 1], [8,8.3] and [10, Chap. 2] में उपलब्ध है । H- फलनों की एक विशिष्ट दशा को निम्नवत् लिखा जा सकता है -

$$h(z)=H^{1,n}_{p,q+1}\left[-Z\left|\begin{matrix}(a_j,A_j)_{1,p}\\(o,1)(b_j,B_j)_{1,q}\end{matrix}\right.\right]$$

$$=\frac{1}{2\pi i}\int_L\frac{\prod_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j+A_js)\Gamma(-s)}{\prod_{j=1}^{q}\Gamma(1-b_j+B_js)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j-A_js)}(-z)^s\,ds, \qquad (1.3)$$

जिसे श्रेणी रूप में निम्नवत् [10,p.12, Eq. (2.24)] लिखा जा सकता है -

$$h(z)=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{\prod_{j=1}^{n}G(1-a_j+A_jr)}{\prod_{j=1}^{q}G(1-b_j+B_jr)\prod_{j=n+1}^{p}G(a_j-A_jr)}\cdot\frac{z^r}{r!} \qquad (1.4)$$

के फलन जो निम्न प्रकार के हैं उन्हें E द्वारा अंकित करते हैं -

$$f(z)=z+\sum_{n=2}^{\infty}a_n z^n \qquad (1.5)$$

जो यूनिट डिस्क $\mu=\{z:|z|<1\}$ में वैश्लेषिक तथा एकसंयोजी हैं ।

माना कि S(A,B) से $f(z)\in E$ फलनों की उपश्रेणी सूचित होती है जो असमिका

$$\left|\frac{[zf'(z)/f(z)]-1}{A-B[(zf'(z)/f(z)]}\right|<1(z \in u) \tag{1.6}$$

को तुष्ट करते हैं जहाँ $-1 \le B \le A \le 1$ तथा $-1 \le B \le 0$. साथ ही माना कि K (A,B) f (z) $\in$ E फलनों की उपश्रेणी को इस तरह सूचित करते हैं कि $zf'(z) \in S(A,B)$ S(A,B) से सम्बद्ध फलन क्रम (A+B)/2B तथा टाइप |B| के तारावत् हैं। यही नहीं, K (A, B) से सम्बद्ध फलन अवमुख कहलाते हैं। (1.6) में $A = 1- 2\alpha$ तथा $B = -1$ तथा $S(1 - 2\alpha, -1) = S^*(\alpha)$ रखने पर $S^*(\alpha)$ से फलन $f(z) \in E$ की श्रेणी प्रदर्शित होती है जो α $(0 \le \alpha \le 1)$ वर्ग के तारावत् है ।

$$\text{Re}\left(\frac{zf'(z)}{f(z)}\right)>\alpha\ (z \in u) \tag{1.7}$$

यही नहीं, यदि हम $K(1\text{-}2\alpha, -1) = K^*(\alpha)$ रखें तो $K^*(\alpha)$ फलन की $f(z) \in E$ श्रेणी को दर्शाता है जो α वर्ग के अवमुख है और

$$1+\text{Re}\left(\frac{zf''(z)}{f'(z)}\right)>\alpha\ (z \in u) \tag{1.8}$$

की तुष्टि करते हैं जहाँ $0 \le \alpha \le 1$

उपर्युक्त परिभाषाओं तथा कथनों के लिए देखें सन्दर्भ [9,1,3]

2. एकसंयोजी H-फलन

फलन $f(z) \in E$ निकटशः अवमुख कहा जाता है यदि कोई अवमुख फलन p(z) ऐसा हो कि

$$\text{Re}\left(\frac{zf'(z)}{f(z)}\right)>\alpha\ (z \in u) \tag{2.1}$$

इसी क्रम में हमें क्रमशः जैक [4] तथा डुरेन [1] की निम्नांकित प्रमेयिकाओं की आवश्यकता पड़ेगी ।

प्रमेयिका 1 : यदि w(z) यूनिट डिस्क U में नियमित हो जिससे कि W(0) = 0 तथा

$$|w(z_1)| = \max_{|z|=r} |w(z)|, 0 \le r <

तो $$z_1 w'(z_1) = k w(z_1) \tag{2.2}$$

जहाँ k वास्तविक है तथा $k \geq 1$

प्रमेयिका 2 : प्रत्येक निकटशः अवमुख फलन एकसंयोजी होता है । अब हम प्रमेय 1 में आये एकसंयोजी H- फलन के प्रथम परिणाम को प्राप्त करेंगे।

प्रमेय 1 : माना कि (4.1) द्वारा परिभाषित H-फलन h(z) निम्नांकित प्रतिबंध को तुष्ट करता है -

$$\left| h'(z) - \frac{\prod_{j=1}^{n} \Gamma(1-a_j+A_j)}{\prod_{j=1}^{q} \Gamma(1-b_j+B_j) \prod_{j=n+1}^{p} \Gamma(a_j-A_j)} \right|^{1-\alpha} \left| \frac{zh''(z)}{h'(z)} \right|^{\alpha}$$

$$< \left(\frac{\prod_{j=1}^{n} \Gamma(1-a_j+A_j)}{\prod_{j=1}^{q} \Gamma(1-b_j+B_j) \prod_{j=n+1}^{p} \Gamma(a_j-A_j)} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{1}{2} \right)^{\alpha} \tag{2.3}$$

किसी स्थिर $\alpha \geq 0$ एवं $z \in u$ के लिए जहाँ

$$\begin{cases} \prod_{j=1}^{n} G(1-a_j+A_j) / \prod_{j=1}^{q} G(1-b_j+B_j) \prod_{j=n+1}^{p} G(a_j-A_j) > 0 \\ \prod_{j=1}^{n} G(1-a_j) / \prod_{j=1}^{q} G(1-b_j) \prod_{j=n+1}^{p} G(a_j) > 0 \end{cases} \tag{2.4}$$

तो h(z) यूनिट डिस्क μ में एकसंयोजी है ।

उपपत्ति : हम फलन p पर विचार करते हैं -

$$\phi(z) = \frac{\prod_{j=1}^{n} \Gamma(1-b_j+B_j) \prod_{j=n+1}^{p} \Gamma(a_j-A_j)}{\prod_{j=1}^{n} \Gamma(1-a_j+A_j)} \left\{ h(z) - \frac{\prod_{j=1}^{n} \Gamma(1-a_j)}{\prod_{j=1}^{q} \Gamma(1-b_j) \prod_{j=n+1}^{p} \Gamma(a_j)} \right\} \tag{2.5}$$

तो ϕ (z) $\in$ E तथा (2.3) से अर्थ निकलता है कि

$$\left|\phi'(z)-1\right|^{1-\alpha}\left|z\frac{\phi^4(z)}{\phi'(z)}\right|^{\alpha}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\alpha} \quad (2.6)$$

अब माना कि

$$w(z)=\phi'(z)-1 \ (z\in u) \quad (2.7)$$

जो यूनिट डिस्क μ में एकसंयोजी है तथा w (0) = 0 क्योंकि ϕ (0) = 1 (जिसकी पुष्टि सरलता से (1.4) की परिभाषा के साथ मिला कर (2.5) से की जा सकती है।) इस तरह (2.6) को निम्नवत् लिखा जा सकता है -

$$\left|w(z)\right|.\left|\frac{zw'(z)}{w(z)}.\frac{1}{1+w(z)}\right|^{\alpha}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\alpha} \quad (2.8)$$

जहाँ दूर की जाने वाली विचित्रताएँ वैसी हैं जैसी कि (1.7) में ।

कल्पना कीजिए कि एक बिन्दु $z_1 \in u$ ऐसा है कि

$$\max_{|z|=r}\left|w(z)\right|=\left|w(z_1)\right|=1 \quad (2.9)$$

तब हम प्रमेयिका 1 के द्वारा

$$z_1\frac{w'(z_1)}{w(z_1)}=k\geq 1$$

रख सकते हैं। अतः हमें

$$\left|w(z_1)\right|\left|\frac{z_1w'(z_1)}{w(z_1)}.\frac{1}{1+w(z_1)}\right|^{\alpha}=\left(\frac{k}{2}\right)^{\alpha}\geq\left(\frac{1}{2}\right)^{\alpha} \quad (2.10)$$

प्राप्त होता है जिससे (2.8) तथा (2.3) की स्थापनाओं का विरोध होता है ।

$$\left|w(z)\right|=\left|\phi'(z)-1\right|<1\Rightarrow \mathrm{Re}\left(\phi'(z)\right)>0\left(z\in u\right) \quad (2.11)$$

अब चूँकि p(z) = z यूनिट डिस्क k मे अवमुख है, तो

$$\mathrm{Re}\left(\frac{\phi'(z)}{p'(z)}\right)>0\left(z\in u\right) \quad (2.12)$$

$$\Rightarrow \mathrm{Re}\left(\frac{h'(z)}{p'(z)}\right) > 0 \; (z \in u)$$

$\Rightarrow h(z)$ μ में निकटशः अवमुख है

$\Rightarrow h(z.)$ (प्रमेयिका 2 को दृष्टि में रखते हुए) μ में एकसंयोजी है ।

उदाहरण : क्रमशः $\alpha = 1$ तथा $\alpha = 0$ रखने पर प्रमेय 1 से निम्नांकित की प्राप्ति होती है -

उपप्रमेय 1: माना कि $h(z)$ (1.4) द्वारा परिभाषित है जिससे कि

$$\left|\frac{zh''(z)}{h'(z)}\right| < \frac{1}{2} \; (z \in u) \tag{2.13}$$

तथा (2.4) सत्य हो । तब $h(z)$ एकसंयोजी है μ में ।

उपप्रमेय 2 : माना कि $h(z)$ (1.4) द्वारा परिभाषित है जिससे कि

$$\left|h'(z) - \frac{\prod_{j=1}^{n}\Gamma\left(1-a_j+A_j\right)}{\prod_{j=1}^{n}\Gamma\left(1-b_j+B_j\right)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma\left(a_j-A_j\right)}\right| < \frac{\prod_{j=1}^{n}\Gamma\left(1-a_j+A_j\right)}{\prod_{j=n}^{q}\Gamma\left(1-b_j+B_j\right)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma\left(a_j-A_j\right)} \tag{2.14}$$

तथा (2.4) सत्य है । तब $h(z)$ μ में एकसंयोजी है ।

3. तारावत् तथा अवमुख H-फलन

हमें रैना [9, Lemma 3, p 16] द्वारा प्राप्त निम्नांकित प्रमेयिका की आवश्यकता होगी ।

प्रमेयिका 3 : माना कि $f(z)$ (1.5) द्वारा परिभाषित है जिससे

$$\left|\frac{zf'(z)}{f(z)} - 1\right|^{1-\alpha}\left|\frac{zf''(z)}{f'(z)}\right|^{\alpha} < \frac{(A-B)\left(2+A+A^2\right)^{\alpha}}{(1+|B|)(1+A)^{2\alpha}} \tag{3.1}$$

की तुष्टि स्थिर अचरों A, B तथा α के लिए होती है जिससे कि $-1 \le B < A < 1, -1 \le B \le 0$ तथा $\alpha \ge 0, \forall z \in u$ । तब $f(z) \in S(A,B)$.

अब हम तारावत् H-फलन के लिए निम्नांकित परिणामों को सिद्ध करने के लिए प्रमेयिका 3 का प्रयोग करते हैं ।

प्रमेय 2 : माना कि h (z) (1.4) द्वारा परिभाषित होता है और

$$\left|\frac{Zh'(z)}{h(z)}\right| < \frac{A-B}{1+|B|} \tag{3.2}$$

$r-1 \le B < A \le 1$ तथा $-1 \le B \le 0$ के लिए तुष्ट करता है तो

$$\frac{z\prod_{j=1}^{q}\Gamma(1-b_j)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j)}{\prod_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j)} h(z) \in S(A,B) \tag{3.3}$$

उपपत्ति : फल F(z) को

$$F(z) = \frac{\prod_{j=1}^{q}\Gamma(1-b_j)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_1)}{\prod_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j)} h(z), (z \in u) \tag{3.4}$$

द्वारा परिभाषित करते हैं तो (3.2) से

$$\left|\frac{zF'(z)}{F(z)} - 1\right| < \frac{A-B}{1+|B|} \tag{3.5}$$

प्राप्त होता है । अतः $\alpha = 0$ सहित (3.1) को व्यवहृत करने पर वांछित परिणाम प्राप्त होता है ।

प्रमेय 3 : माना कि h(z) (1.4) द्वारा परिभाषित होता है और

$$\left|\frac{zh''(z)}{h'(z)}\right| < \frac{(A-B)(2+A+A^2)}{(1+|B|)(1+A)^2} \tag{3.6}$$

$-1 \le B < A \le 1$ तथा $-1 \le B \le 0$, के लिए तुष्ट करता है तो h(z) क्रम (A+B)/2B के तारावत् है टाइप |B| के प्रति $\prod_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j)/\prod_{j=1}^{q}\Gamma(1-b_j).\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j)$ है।

उपपत्ति : (2.5) द्वारा परिभाषित ϕ (z)फलन श्रेणी E का है जिससे

$$\left|\frac{z\phi^4(z)}{\phi'(z)}\right| = \left|\frac{zh''(z)}{h'(z)}\right| < \frac{(A-B)(2+A+A^2)}{(1+|B|)(1+A)^2}, (z \in u) \tag{3.7}$$

की तुष्टि होती है । अतः $\alpha = 1$ सहित प्रमेयिका 3 के बल पर हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $\phi(z) \in S(A,B)$ अतः $\phi(z)$ मूल (उद्गम) के प्रति क्रम (A+B)/2B तथा टाइप |B| के तारावत् है । इसका अर्थ हुआ कि h(z)

$$\prod_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j)/\prod_{j=1}^{q}\Gamma(1-b_j).\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j)$$

के प्रति क्रम (A+B)/2B तथा टाइप |B| के तरावत् है । अब हम प्रमेय 4 में निहित अवमुख H-फलन के परिणाम को स्थापित करेंगे ।

प्रमेय 4 : माना कि h (z) (1.4) द्वारा परिभाषित है और प्रतिबन्ध (3.2) को तुष्ट करे तब

$$\frac{\prod_{j=1}^{q}\Gamma(1-b_j)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j)}{\prod_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j)}.z\ H_{p,q+2}^{1,n+1}\left[-Z\left|\begin{matrix}(0,1),(a_j,A_j)_{1,p}\\(0,1),(b_j,B_j)_{1,q}(-1,1)\end{matrix}\right.\right]\in K(A,B) \quad (3.8)$$

उपपत्ति : चूँकि $zf'(z)\in S(A,B)\Leftrightarrow f(z)\in K(A,B)$ अतः प्रतिबन्ध (3.2) के बल पर हमें

$$\frac{z\prod_{j=1}^{q}\Gamma(1-b_j)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j)}{\prod_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j)}h(z)\in S(A,B)$$

प्राप्त होता है । इसलिए

$$\frac{\prod_{j=1}^{q}\Gamma(1-b_j)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j)}{\prod_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j)}\int_0^z h(t)dt\in K(A,B)$$

जो वांछित परिणाम देता है ।

4. सम्प्रयोग

(1.4) के द्वारा परिभाषित H-फलन की सामान्यता के कारण पिछले अनुभागों में प्राप्त परिणामों को विभिन्न विशिष्ट दशाओं के लिए व्यवहृत किया जा सकता है। उदाहरणार्थ (1.4) में $A_i = 1$ तथा $Bj = 1$ (i = 1, ----, p ; j = 1, ----,q) रखने पर

$$H^{1,n}_{p,q+1}\left[-z\left|\begin{matrix}(a_j,1)_{1,p}\\(0,1),(b_j,1)_{1,q}\end{matrix}\right.\right]=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{\prod_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j+r)}{\prod_{j=1}^{q}\Gamma(1-b_j+r)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j-r)}\cdot\frac{z^r}{r!}$$

$$=G^{1,n}_{p,q+1}\left[-z\left|\begin{matrix}(a_p)\\0,(b_q)\end{matrix}\right.\right]=g(z) \tag{4.1}$$

जहाँ G माइजर का G-फलन है [6]।1 से 4 तक के प्रमेयों से हम निम्नांकित परिणाम लिख सकते हैं ।

उपप्रमेय 3 : माना कि g (z) (4.1) द्वारा इस तरह परिभाषित होता है कि

$$\left|g'(z)-\frac{\prod_{j=1}^{n}\Gamma(2-a_j)}{\prod_{j=1}^{q}\Gamma(2-b_j)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j-1)}\right|^{1-\alpha}\left|\frac{zg''(z)}{g'(z)}\right|^{\alpha} \tag{4.2}$$

$$<\left(\frac{\prod_{j=1}^{n}\Gamma(2-a_j)}{\prod_{j=1}^{q}(2-b_j)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j-1)}\right)^{1-\alpha}\left(\frac{1}{3}\right)^{\alpha}$$

किसी स्थिर $\alpha > 0$ के लिए तथा $z \in u$ के लिए जहाँ

$$\prod_{j=1}^{n}\Gamma(2-a_j)/\prod_{j=1}^{q}\Gamma(2-b_j)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j-1)>0 \tag{4.3}$$

$$\prod_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j)/\prod_{j=1}^{q}\Gamma(1-b_j)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j)>0$$

तो g(z) यूनिट डिस्क μ में एकसंयोजी है ।

उपप्रमेय 4 : माना कि g (z) (1.4) द्वारा परिभाषित होता है। माना कि

$$\left|\frac{zg'(z)}{g(z)}\right|<\frac{A-B}{1+|B|} \tag{4.4}$$

$-1 \le B < A \le 1$ तथा $-1 \le B \le 0$ के लिए , तो

$$\frac{z\prod_{j=1}^{q}\Gamma(1-b_j)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j)}{\prod_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j)}g(z) \in S(A,B) \tag{4.5}$$

उपप्रमेय 5 : माना कि g(z) (4.1) द्वारा परिभाषित होता है और निम्न को

$$\left|\frac{zg^4(z)}{g'(z)}\right| < \frac{(A-B)(2+A+A^2)}{(1+|B|)(1+A)^2} \tag{4.6}$$

$-1 \le B < A \le 1$ एवं $-1 \le B \le 0$ के लिए तुष्ट करता है। तब g(z) क्रम $(A+B)/2B$ के तारावत् तथा टाइप |B| के प्रति

$$\prod_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j)/\prod_{j=1}^{q}\Gamma(1-b_j)\prod_{j=n+1}^{q}\Gamma(a_j)$$

उपप्रमेय 6 : माना कि g(z) को (4.1) द्वारा परिभाषित किया जाता है और वह प्रतिबन्ध (4.4) को तुष्ट करता है तो

$$\frac{\prod_{j=1}^{q}\Gamma(1-b_j)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j)}{\prod_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j)}.zG_{p,q+2}^{1,n+1}\left[-z\left|\begin{matrix}1,(a_p)\\1,(b_q),-1\end{matrix}\right.\right] \in K(A,B) \tag{4.7}$$

अब (1.4) में $n = p$ रखने पर

$$H_{p,q+1}^{1,p}\left[-Z\left|\begin{matrix}(a_j,A_j)_{1,p}\\(0,1),(b_j B_j\end{matrix}\right.\right] = {}_p\Psi_q\left[\begin{matrix}(1-a_j,A_j),---,(1-a_p,A_p);\\(1-b_1,B_1),---,(1-b_q,B_q);\end{matrix}Z\right] \tag{4.8}$$

जहाँ पर pΨq [z] राइट का सार्वीकृत हाइपरज्यामितीय फलन [11] है तथा प्रमेय 1 से 4 तक के द्वारा प्राप्त परिणाम हाल ही में रैना [9] द्वारा प्राप्त परिणामों के तुल्य हैं।pΨq [z] में विशिष्ट दशाएँ भी निहित हैं यथा मिटैग लैफ्लर। $E_{\alpha,\beta}(Z)$ फलन तथा मैटलैंड फलन $J_v^{\mu}(z)$ । रैना [9] द्वारा प्राप्त परिणाम हमारे परिणामों की विशिष्ट दशाएँ हैं जिससे (4.1) में $n = p$ रखने पर

$$G_{p,q+1}^{1,p}\left[-Z\left|\begin{matrix}(a_p)\\0,(b_q)\end{matrix}\right.\right] = \frac{\prod_{j=1}^{p}\Gamma(1-a_j)}{\prod_{j=1}^{p}\Gamma(1-b_j)}{}_pF_q\left[\begin{matrix}(1-a_1),---,(1-a_p);\\(1-b_1),---,(1-b_q);\end{matrix}Z\right] \tag{4.9}$$

अतः (4.9) तथा वर्ग $S^*(\alpha)$ तथा $K^*(\alpha)$ के बल पर प्रमेय 1 से लेकर 4 तक ओवा तथा श्रीवास्तव [7] के द्वारा दिये गये परिणामों के संगत होते हैं।

निर्देश

1. डूरेन, पी. एल. : Univalent Functions, Spinger Verlag, New York, Berlin - Heidelberg and Tokyo (1983).

2. फाक्स, सी. : Trans. Amer. Math. Soc. 1961, 98, 395 - 429.

3. गुडमैन, ए. डब्लू. : Univalent Functions, Vol. I and Vol. II, Mariner Publ. Co., Tampa, Florida, U.S.A. (1984).

4. जैक, आई. एस. : J. London Math. Soc 1971, (2), 469 - 474.

5. मथाई, ए. एम. तथा सक्सेना, आर. के. : The H-function with Applications in Statistics and other Disciplines, Halsted press, New York - London - Sydney - Toronto. (1978).

6. मथाई, ए. एम. तथा सक्सेना, आर. के. : Gneralized Hypergeometric Functions in Statistics and Physical Sciences, Springer Verlag, Berlin - Heidelberg - New York (1973).

7. ओवा, एस. तथा श्रीवास्तव, एच. एम. : Canad. J. Math., 1987, 39(5), 1057 - 1077.

8. प्रुदिनकोव, ए. पी. इत्यादि : Integrals and series, Vol. 3, More Special Functions, Gordon and Breach, New York - Philadelphia - London - Paris- Montreux - Tokyo - Melbourne. (1990).

9. रैना, आर. के. : Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, 1996, 95, 11-22.

10. श्रीवास्तव, एच. एम., गुप्ता, के. सी. तथा गोयल, एस. पी. : The H-Functions of One and Two Variables with Applications, South Asian Publi. New Delhi - Madras (1982).

11. श्रीवास्तव,एच.एम. तथा कार्लसन,पी.डब्लू. : Multiple Gaussian Hypergeometric Series, John Wiley and Sons, New York - Chichester - Brisbane - Toronto (1985).

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 46, No. 2, April 2003

चार चरों वाले कतिपय हाइपरज्यामितीय फलनों के भिन्नात्मक समाकलन तथा समाकल निरूपण

एस. एस. भाटी तथा मीनाक्षी पुरोहित
गणित तथा सांख्यिकी विभाग, जे॰ एन॰ वी॰ युनिवर्सिटी, जोधपुर (राज॰)

[प्राप्त - अप्रैल 3, 2002]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र का उद्देश्य इसके पूर्व जोशी [3] द्वारा प्रयुक्त भिन्नात्मक समाकलन के सिद्धांत को बताना है जिससे शर्मा तथा परिहार [7] द्वारा दिये गये चार चरों वाले कतिपय हाइपरज्यामितीय फलनों के समाकल निरूपण प्राप्त किये जा सकें ।

Abstract

Fractional integration and integral representation of certain hypergeometric functions of four variables. *By* S. S. Bhati and Meenakashi Purohit, Department of Mathematics and Statistics, J.N.V. University, Jodhpur (Raj.).

The object of this paper is to invoke the theory of friactional integration used earlier by Joshi [3] in order to deduce integral representations of certain hypergeometric functions of four variables given by Sharma and Parihar.[7]

1. प्रस्तावना

इस प्रपत्र में हम निम्नांकित संकेतनों तथा परिभाषाओं का प्रयोग करेंगे। खण्डशः भिन्नात्मक समाकलन के नियम को निम्नवत् लिखा जा सकता है -

$$\int_a^b \frac{\partial^p v}{\partial(b-x)^p}\, dx = \int_a^b v \frac{\partial^p u}{\partial(x-a)^p}\, dx \tag{1.1}$$

इस नियम में आने वाले भिन्नात्मक व्युत्पन्नों को निम्नांकित समाकलों द्वारा परिभाषित किया जाता है -

$$\frac{\partial^p u}{\partial(x-a)} = \frac{1}{\Gamma(-p)} \int_a^b (x-y)^{-p-1} u(y)\, dy \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial^p v}{\partial(b-x)^p} = \frac{1}{\Gamma(-p)} \int_a^b (y-x)^{-p-1} v(y)\, dy \tag{1.3}$$

जहाँ $R(p) < 0$

यदि u तथा v निम्न प्रकार की श्रेणियों में अभिव्यक्त हो सकें तो

$$u = \sum A_r (x-a)^{\rho+r-1}, \quad v = \sum B_s (b-x)^{\sigma+s-1}$$

तो भिन्नात्मक अवकलजों को निम्नांकित सूत्र की सहायता से इन श्रेणियों के पदशः अवकलन से प्राप्त किया जा सकता है -

$$\frac{\partial^p W^{q-1}}{\partial w^p} = \frac{\Gamma(q)}{\Gamma(q-p)} W^{q-p-1} \tag{1.4}$$

जो p के समस्त मानों के लिए वैध है ।

$$F_{28}^{(4)}(a_1, a_1, a_2, a_2, b_1, b_2, b_1, b_2; c_1, c_1, c_2, c_3, x, y, z, t)$$
$$= \sum_{m,n,p,q=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n} (a_2)_{p+q} (b_1)_{n+p} (b_2)_{n+q}}{m!\, n!\, p!\, q! (c_1)_{m+q} (c_2)_n (c_3)_p} x^m y^n z^p t^q \tag{1.5}$$

$$F_{29}^{(4)}(a_1, a_1, a_2, a_2, b_1, b_2, b_1, b_2; c_1, c_2, c_3, c_1; x, y, z, t)$$
$$= \sum_{m,n,p,q=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n} (a_2)_{p+q} (b_1)_{n+p} (b_2)_{n+q}}{m!\, n!\, p!\, q! (c_1)_{m+q} (c_2)_n (c_3)_p} x^m y^n z^p t^q \tag{1.6}$$

$$F_{7}^{(4)}(a_1, a_1, a_2, a_2, b_1, b_2, b_1, b_2; c_1, c_2, c_3, c_4; x, y, z, t)$$
$$= \sum_{m,n,p,q=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n} (a_2)_{p+q} (b_1)_{m+p} (b_2)_{n+q}}{m!\, n!\, p!\, q! (c_1)_{m} (c_2)_n (c_3)_p (c_4)_q} x^m y^n z^p t^q \tag{1.7}$$

$$F_{57}^{(4)}(a_1, a_1, a_2, a_2, b_1, b_2, b_1, b_2; c_1, c_1, c_2, c_2; x, y, z, t)$$
$$= \sum_{m,n,p,q=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n} (a_2)_{p+q} (b_1)_{m+p} (b_2)_{n+q}}{m!\, n!\, p!\, q!\, (c_1)_{m+n} (c_2)_{p+q}} x^m y^n z^p t^q \tag{1.8}$$

$$F_{58}^{(4)}(a_1, a_1, a_2, a_2, b_1, b_2, b_1, b_2; c_1, c_1, c_2, c_2, c_1; x, y, z, t)$$

$$= \sum_{m,n,p,q=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_{p+q}(b_1)_{m+p}(b_2)_{n+q}}{m!\ n!\ p!\ q!\ (c_1)_{m+q}(c_2)_{n+p}} x^m y^n z^p t^q \quad (1.9)$$

2. समाकल निरूपण : इस अनुभाग में हम चार चरों वाले कतिपय हाइपरज्यामितीय फलनों के लिए सरल समाकल निरूपणों को निम्नांकित रूपों में दे रहे हैं -

$$F_{28}^{(4)}(\alpha, \alpha, \beta, \beta, \gamma, \partial, \gamma, \partial; c_1, c_1, c_2, c_3; xz, yt, yz, yt)$$

$$= \frac{\Gamma(a_1)\Gamma(a_2)\Gamma(b_1)\Gamma(b_2)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma)\Gamma(\delta)\Gamma(a_1-\alpha)\Gamma(a_2-\beta)\Gamma(b_1-\gamma)\Gamma(b_2-\delta)}$$

$$\cdot\int_0^1\int_0^1\int_0^1\int_0^1 (1-i)^{a_1-\alpha-1} i^{\alpha-1} (1-j)^{a_2-\beta-1} j^{\beta-1} (1-k)^{b_1-\gamma-1} k^{\gamma-1}$$

$$(1-l)^{b_2-\delta-1} l^{b-1}\ F_{28}^{(4)}(a_1, a_1, a_2, a_2, b_1, b_2, b_1, b_2; c_1, c_1, c_2, c_3;$$

$$ixkz, ixlt, yjkz, yjlt)\,di\,dj\,dk\,dl \quad (2.1)$$

बशर्ते कि $o > R(\alpha) < R(a_1)$, $o < R(\beta) < R(a_2)$, $o < R(\gamma) < R(b_1)$ तथा $o < R(\delta) < R(b_2)$.

$$F_{29}^{(4)}(\alpha, \alpha, \beta, \beta, \gamma, \delta, \gamma, \delta; c_1, c_2, c_3, c_1; xy, xt, yz, yt)$$

$$= \frac{\Gamma(a_1)\Gamma(a_2)\Gamma(b_1)\Gamma(b_2)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma)\Gamma(\delta)\Gamma(a_1-\alpha)\Gamma(a_2-\beta)\Gamma(b_1-\gamma)\Gamma(b_2-\delta)}$$

$$\cdot\int_0^1\int_0^1\int_0^1\int_0^1 (1-i)^{a_1-\alpha-1} i^{\alpha-1} (1-j)^{a_2-\beta-1} j^{\beta-1} (1-k)^{b_1-\gamma-1} k^{\gamma-1}$$

$$(1-l)^{b_2-\delta-1} l^{b-1}\ F_{29}^{(4)}(a_1, a_1, a_2, a_2, b_1, b_2, b_1, b_2; c_1, c_2, c_3, c_4;$$

$$ixkz, ixlt, yjkz, yjlt)\,di\,dj\,dk\,dl \quad (2.2)$$

बशर्ते कि $o > R(\alpha) < R(a_1)$, $o < R(\beta) < R(a_2)$, $o < R(\gamma) < R(b_1)$ तथा $o < R(\delta) < R(b_2)$.

$$F_7^{(4)}(\alpha,\alpha,\beta,\beta,\gamma,\delta,\gamma,\delta;\ c_1,c_2,c_3,c_4;xz,xt,yz,yt)$$
$$=\frac{\Gamma(a_1)\Gamma(a_2)\Gamma(b_1)\Gamma(b_2)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma)\Gamma(\delta)\Gamma(a_1-\alpha)\Gamma(a_2-\beta)\Gamma(b_1-\gamma)\Gamma(b_2-\delta)}$$
$$\cdot\int_0^1\int_0^1\int_0^1\int_0^1(1-i)^{a_1-\alpha-1}i^{\alpha-1}(1-j)^{a_2-\beta-1}j^{\beta-1}(1-k)^{b_1-\gamma-1}k^{\gamma-1}$$
$$(1-l)^{b_2-\delta-1}l^{\delta-1}F_7^{(4)}(a_1,a_1,a_2,a_2,b_1,b_2,b_1,b_2;c_1,c_2,c_3,c_4;$$
$$ixkz,ixlt,yjkz,yjlt)di\ dj\ dk\ dl \tag{2.3}$$

बशर्ते कि o > R(α) < R(a_1), o<R(β) < R (a_2), o< R(γ) < R(b_1) तथा o< R(δ) <R (b_2).

$$F_{57}^{(4)}(\alpha,\alpha,\beta,\beta,\gamma,\delta,\gamma,\delta;\ c_1,c_1,c_2,c_2;xz,xt,yz,yt)$$
$$=\frac{\Gamma(a_1)\Gamma(a_2)\Gamma(b_1)\Gamma(b_2)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma)\Gamma(\delta)\Gamma(a_1-\alpha)\Gamma(a_2-\beta)\Gamma(b_1-\gamma)\Gamma(b_2-\delta)}$$
$$\cdot\int_0^1\int_0^1\int_0^1\int_0^1(1-i)^{a_1-\alpha-1}i^{\alpha-1}(1-j)^{a_2-\beta-1}j^{\beta-1}(1-k)^{b_1-\gamma-1}k^{\gamma-1}$$
$$(1-l)^{b_2-\delta-1}l^{\delta-1}F_{57}^{(4)}(a_1,a_1,a_2,a_2,b_1,b_2,b_1,b_2;c_1,c_1,c_2,c_2;$$
$$ixkz,ixlt,yjkz,yjlt)di\ dj\ dk\ dl \tag{2.4}$$

बशर्ते कि o > R(α) < R(a_1), o<R(β) < R (a_2), o< R(γ) < R(b_1) तथा o< R(δ) <R (b_2).

$$F_{58}^{(4)}(\alpha,\alpha,\beta,\beta,\gamma,\delta,\gamma,\delta;\ c_1,c_2,c_2,c_1;xz,xt,yz,yt)$$
$$=\frac{\Gamma(a_1)\Gamma(a_2)\Gamma(b_1)\Gamma(b_2)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma)\Gamma(\delta)\Gamma(a_1-\alpha)\Gamma(a_2-\beta)\Gamma(b_1-\gamma)\Gamma(b_2-\delta)}$$
$$\cdot\int_0^1\int_0^1\int_0^1\int_0^1(1-i)^{a_1-\alpha-1}i^{\alpha-1}(1-j)^{a_2-\beta-1}j^{\beta-1}(1-k)^{b_1-\gamma-1}k^{\gamma-1}$$

$$(1-l)^{b_2-\delta-1} l^{\delta-1} F_{58}^{(4)}(a_1, a_1, a_2, a_2, b_1, b_2, b_1, b_2; c_1, c_2, c_2, c_1; ixkz, ixlt, yjkz, yjlt) di\, dj\, dk\, dl \tag{2.5}$$

बशर्ते कि $o > R(\alpha) < R(a_1)$, $o < R(\beta) < R(a_2)$, $o < R(\gamma) < R(b_1)$ तथा $o < R(\delta) < R(b_2)$.

(2.1) की उपपत्ति : (2.1) को सिद्ध करने के लिए हमारे पास है -

$$\frac{\partial^{\alpha-a_1+\beta-a_2+\gamma-b_1+\delta-b_2}}{\partial x^{\alpha-a_1}\partial y^{\beta-a_2}\partial z^{\gamma-b_1}\partial t^{\partial-b_2}}\Big[x^{\alpha-1}y^{\beta-1}z^{\gamma-1}t^{\delta-1} . F_{28}^{(4)}(a_1, a_1, a_2, b_1, b_2, b_1, b_2; c_1, c_2, c_3; xz, xt, yz, yt)\Big]$$

$$= \frac{\partial^{\alpha-a_1+\beta-a_2+\gamma-b_1+\delta-b_2}}{\partial x^{\alpha-a_1}\partial y^{\beta-a_2}\partial z^{\gamma-b_1}\partial t^{\partial-b_2}}\Big[x^{\alpha-1}y^{\beta-1}z^{\gamma-1}t^{\delta-1} \sum_{m,n,p,q=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n}(a_2)_{p+q}(b_1)_{m+p}(a_2)_{n+q}}{m!\, n!\, p!\, q!\, (c_1)_{m+q}(c_2)_n(c_3)_q}(xz)^m(xt)^n(yz)^p(yt)^q\Big]$$

(1.4) का उपयोग करने पर

$$= \frac{x^{a_1-1}y^{a_2-1}z^{b_1-1}\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma)\Gamma(\delta)\, t^{b_2-1}}{\Gamma(a_1)\Gamma(a_2)\Gamma(b_1)\Gamma(b_2)}$$

$$. F_{28}^{(4)}(\alpha, \alpha, \beta, \beta, \gamma, \delta, \gamma, \delta; c_1, c_1, c_2, c_3, xz, xt, yz, yt)$$

अब (1.1), (1.2) तथा (1.3) का उपयोग करने पर हमें निम्नांकित की प्राप्ति होती है

$$x^{a_1-1}y^{a_2-1}z^{b_1-1}t^{b_2-1}F_{28}^{(4)}(\alpha, \alpha, \beta, \beta, \gamma, \delta, \gamma, \delta; c_1, c_1, c_2, c_3, xz, xt, yz, yt)$$

$$= \frac{\Gamma(a_1)\Gamma(a_2)\Gamma(b_1)\Gamma(b_2)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma)\Gamma(\delta)\Gamma(a_1-\alpha)\Gamma(a_2-\beta)\Gamma(b_1-\gamma)\Gamma(b_2-\delta)}$$

$$. \int_0^x\int_0^y\int_0^z\int_0^t (x-r)^{a_1-\alpha-1} r^{\alpha-1}(y-s)^{a_2-\beta-1} s^{\beta-1}(z-u)^{b_1-\gamma-1} u^{\gamma-1}$$

$$(t-v)^{b_2-\delta-1} v^{\delta-1} F_{28}^{(4)}(a_1, a_1, a_2, a_2, b_1, b_2, b_1, b_2; c_1, c_1, c_2, c_3;$$

$$ru, rv, su, sv) dr\, ds\, du\, dv$$

$r = ix$, $s = jy$, $u = kz$ तथा $v = lt$ रखने पर हमें (2.1) प्राप्त होता है। इसी तरह (2.2),(2.3),(2.4), एवं (2.5) की उपपत्तियाँ (2.1) की सहायता से उपर्युक्त की भांति प्राप्त की जाती हैं।

3. समानीतयोग्य दशाएँ : (2.1) में $x = 0$ रखने तथा

$$F_1(a, b, b^1; c; x, y) = \sum_{m,n=o}^{\infty} \frac{(a)m+n(b)_m (b')_n}{(c)_{m+n}} \frac{x^m y^n}{m!\ n!}, \max\{|x|, |y|\} < 1;$$

एवं

$$F_2(a, b, b^1; c, c^1; x, y) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(a)m+n(b)_m (b')_n}{(c)_m (c^1)_n} \frac{x^m y^n}{m!\ n!} |x| + |y| < 1;$$

का उपयोग करने पर हमें निम्नांकित समाकल मिलते हैं जो नये प्रतीत होते हैं ।

$$\sum_{m,n=o}^{\infty} \frac{(\alpha)_{m+n} (\gamma)_m (\delta)_n}{(c_1)_{m+n}} F_2(\beta, \gamma+m, \delta+n; c_2, c_3; yz, yt)$$

$$= \sum_{m,n=o}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n} (b_1)_m (b_2)_n}{(c_1)_{m+n}} \frac{\Gamma(b_1)\Gamma(a_2)}{\Gamma(\gamma)\Gamma(\beta)\Gamma(b_1-\gamma)\Gamma(a_2-\beta)}$$

$$\cdot \int_0^1 \int_0^1 (1-k)^{b_1-\gamma-1} (1-j)^{a_2-\beta-1} k^{\gamma-1} j^{\beta-1} . F_2(a_2, b_1+m, b_2+n; c_2, c_3;.$$

$$yjkz, yjlt) dk\, dj$$

बशर्ते कि $o < R(\gamma) < R(b_1)$ तथा $o < R(\beta) < R(a_2)$ इसी तरह (2.2), (2.3), (2.4) एवं (2.5) निम्नांकित प्रदान करते हैं

$$\sum_{p,q=o}^{\infty} \frac{(\beta)_{p+q} (\gamma)_p (\delta)_q}{(c_3)_p (c_1)_q} F_2(\alpha_1, \gamma+p, \delta+q; c_1+q, c_2; xz, xt)$$

$$= \sum_{p,q=o}^{\infty} \frac{(a_2)_{p+q}(b_1)_p(b_2)_q}{(c_3)_p(c_1)_q} \frac{\Gamma(a_1)\Gamma(b_1)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma)\Gamma(a_1-\alpha)\Gamma(b_1-\gamma)}$$

$$.\int_0^1\int_0^1 (1-i)^{a_1-\alpha-1} i^{\alpha-1}(1-k)^{b-\gamma-1}k^{\gamma-1}C..F_2$$

$$(a_1, b_1+p, b_2+q; c_1+q, c_2; ixkz, ixlt)di\, dk \tag{3.2}$$

बशर्ते कि $o < R(\alpha) < R(a_1)$ तथा $o < R(\gamma) < R(b_1)$

$$\sum_{p,q=o}^{\infty} \frac{(\beta)_{p+q}(\gamma)_p(\gamma)_q}{(c_2)_{p+q}} F_1(\alpha, \gamma+p, \delta+q; c_1; xz, xt)$$

$$= \sum_{p,q=o}^{\infty} \frac{(a_2)_{p+q}(b_1)_q(b_2)_q}{(c_2)_{p+q}} \frac{\Gamma(a_1)\Gamma(b_1)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma)\Gamma(a_1-\alpha)\Gamma(b_1-\gamma)}$$

$$\int_0^1\int_0^1 (1-i)^{a_1-\alpha-1} i^{\alpha-1}(1-k)^{b_1-\gamma-1} k^{\gamma-1} \tag{3.3}$$

$$.F_1(a_1, b_1+p, b_2+q; c_1; ixkz, ixlt)di\, dk$$

जहाँ $o < R(\alpha) < R(a_1)$; $o < R(\gamma) < R(b_1)$.

$$\sum_{p,q=o}^{\infty} \frac{(\beta)_{p+q}(\gamma)_p(\delta)_q}{(c_2)_p(c_1)_q} F_2(\alpha_1, \gamma+p, \delta+q; c_1+q, c_2+p; xz, xt)$$

$$= \sum_{p,q=o}^{\infty} \frac{(a_2)_{p+q}(b_1)_q(b_2)_q}{(c_2)_p(c_1)_q} \frac{\Gamma(a_1)\Gamma(b_1)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma)\Gamma(a_1-\alpha)\Gamma(b_1-\gamma)}$$

$$F_2(a_1, b_1+p, b_2+q; c_1+q, c_2+p;\ ixkz, ixlt)di\, dk \tag{3.4}$$

जहाँ $o < R(\beta) < R(\alpha_2); o < R(\delta) < R(b_2)$

$$\sum_{m,n=o}^{\infty} \frac{(\alpha)_{m+n}(\gamma)_m(\delta)_n}{(c_1)_m(c_2)_n} F_2(\beta, \gamma+p, \delta+q; c_3; c_4; yz, yt)$$

$$= \sum_{m,n=O}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n}(b_1)_m(b_2)_n}{(c_1)_m(c_2)_n} \frac{\Gamma(a_2)\Gamma(b_2)}{\Gamma(\beta)\Gamma(\delta)\Gamma(a_2-\beta)\Gamma(b_2-\delta)}$$

$$.\int_0^1\int_0^1 (1-j)^{a_2-\beta-1} j^{\beta-1}(1-l)^{b_2-\delta-1} l^{b_2-1}$$

$$.F_2(a_2, b_1+p, b_2+q; c_3; c_4; yjkz, yjlt)\, dj\, dl \tag{3.5}$$

जहाँ $o < R(\beta) < R(\alpha_2)$; $o < R(\delta) < R(b_2)$.

4. विस्तार : इसके आगे समाकलों को निम्न प्रकार से भी लिखा जा सकता है -

$$F_{(57)}^{(4)}(a_1, a_1 a_2, a_2 \gamma, \delta; \alpha, \alpha, \beta, \beta;\ xz, xt, yz,\ yt)$$

$$= \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(b_1)\Gamma(b_2)}{\Gamma(c_1)\Gamma(c_2)\Gamma(\gamma)\Gamma(\alpha-c_1)\Gamma(\beta-c_2)\Gamma(b_1-\gamma)(b_2-\delta)}$$

$$.\int_0^1\int_0^1\int_0^1\int_0^1 (1-i)^{\alpha-c_1-1} i^{c_1-1}(1-j)^{\beta-c_2-1} j^{c_2-1}(1-k)^{b_1-\gamma-1}$$

$$k^{\gamma-1}(1-l)^{b_2-\delta-1} l^{\delta-1} F_{57}^{(4)}(a_1, a_1, a_2, a_2, b_1, b_2, b_1, b_2;$$

$$c_1, c_1, c_2, c_2; ixkz, ixlt, yjkz, yjlt)\, di\ dj\ dk\ dl \tag{4.1}$$

बशर्ते कि $o < R(c_1) < R(\alpha)$, $o < R(c_2) < R(\beta)$, $O < R(\gamma) < R(b_1)$ तथा $O < R(\delta) < R(b_2)$

$$F_{58}^{(4)}(a_1, a_1, a_2, a_2, \gamma, \delta, \gamma, \delta; \alpha, \beta, \beta, \alpha; xz, yt, yz, xt)$$

$$= \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(b_1)\Gamma(b_2)}{\Gamma(c_1)\Gamma(c_2)\Gamma(\gamma)\Gamma(\alpha-c_1)\Gamma(\beta-c_2)\Gamma(b_1-\gamma)(b_2-\delta)} \cdot$$

$$\int_0^1\int_0^1\int_0^1\int_0^1 (1-i)^{\alpha-c_1-1} i^{c_1-1} (1-j)^{\beta-c_2-1} j^{c_2-1} (1-k)^{b_1-\gamma-1}$$

$$k^{\gamma-1}(1-l)^{b_2-\delta-1} l^{\delta-1} F_{57}^{(4)}(a_1, a_1, a_2, a_2, b_1, b_2, b_1, b_2;$$

$$c_1, c_1, c_2, c_2; ixkz, yjlt, yjkz, ixlt) di\ dj\ dk\ dl \quad (4.2)$$

बशर्ते कि $o < R(c_1) < R(\alpha)$, $o < R(c_2) < R(\beta)$, $o < R(\gamma) < R(b_1)$ तथा $o < R(\delta) < R(b_2)$.

निर्देश

1. एर्डेल्यी, ए. : Quart. J. of Math. (Oxford), 1937, 8, 200-213 .
2. एर्डेल्यी, ए. : Quart. J. of Math. (Oxford), 1939, 10, 176-179.
3. जोशी, सी. एम. : **गणित**, 1966, 17, 79 - 88.
4. काश्चीमडरए, लोथर : Acta Math., 1947, 79, 241-254
5. ऐपेल, पी. ए कैम्पे द फेरी : Fonctions hypergeometriques et hyperspheriques ploynomes d' Hermite' (Paris) (1926).
6. सरन, एस. : **गणित**, 1954, 5, 77-91
7. शर्मा, सी. तथा परिहार, सी. एल : J. Indian Acad. Math 1989, II, no. 2
8. श्रीवास्तव, एच एम : Publicationces Math. 1965, 12, 65-74
9. श्रीवास्तव, एच. एम : **गणित** 1964
10. श्रीवास्तव, एच. एम. : Rev. Mat. Fix. Jeorica, 1968, 16 A, 7-14
11. श्रीवास्तव, एच. एम. : Proc. Nat. Acid. Sci., India, Sec. A, 1986, 36, 377-385

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 46, No. 2, April 2003

WR - Fn में CA - गति

सी० के० मिश्रा

गणित तथा सांख्यिकी विभाग

डा० राममनोहर लोहिया अवध विश्वविद्यालय, फैजाबाद (उ० प्र०)

[प्राप्त - नवम्बर 9, 2002]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र में प्रतिक्षेत्र से युक्त सजातीय गति की विचारधारा को प्रेक्षपीय आवर्ती फिंसलर बहुमुखों तक विस्तृत किया गया है ।

Abstract

CA-motion in a WR-Fn. *By* C.K.Misra, Department of Mathematics and Statistics, Dr. R.M.L. Avadh University, Faizabad (U.P.).

A affine motion of special type in Projectively Symmetric Finsler manifold was studied by Misra and Meher [2] which he called an affine motion with contrafield briefly called CA-motion in PS-F_n. Misra and Meher concept of affine motion with contrafield has been extended to Projective recurrent Finsler manifolds by the present author. The notation employed in the paper in based on Misra and Pande[5]. Misra [3] and Misra and Meher. [4].

1. प्रस्तावना

माना कि F_n एक n विमीय फिंसलर बहुमुख है जो श्रेणी C^7 का है और जो बर्वाल्ड के कनेक्शन G से तथा स्थानीय घटकों $G^i_{jk}(x^h, \dot{x}^h)$ से लैस है । कनेक्शन G किसी दिये वेक्टर X के सह परिवर्ती $\mathcal{B}_j X^i$ अवकलज को परिभाषित करता है।

सह परिवर्ती तथा आंशिक अवकलन की विधियों से निम्नांकित तत्समक (रुण्ड) [8] प्राप्त होती है ।

$$\left(\dot{\partial}_j \mathcal{B}_k - \mathcal{B}_k \dot{\partial}_j\right) X^i = X^r G^i_{rjk} \tag{1.1}$$

तथा $$2\mathcal{B}_{[j} \mathcal{B}_{k]} X^i = H^i_{jkh} X^h - \left(\dot{\partial}_h X^i\right) H^h_{jk} \tag{1.2}$$

यही नहीं, माना कि स्थानीय घटकों H^i_{jkh} से युक्त संगत वक्रता टेंसर H है तो टेंसर क्षेत्र

$$H^i_{jk} \underset{===}{\text{def}} H^i_{jkh} \dot{x}^h \tag{1.3}$$

को परिभाषित करने करने पर संकुचन के फलस्वरूप दो और टेंसर क्षेत्र प्राप्त होते हैं। ये हैं

$$H_{kh} \underset{==}{\text{def}} H^i_{ikh} \tag{1.4}$$

$$H_k \underset{==}{\text{def}} H^i_{ik} \tag{1.5}$$

माना कि W प्रक्षेपीय वक्रता टेंसर है जिसके घटक W^i_{jkh} हैं और इसका सहचारी टेंसर (1.3) की ही भाँति परिभाषित किया जाता है

$$W^i_{jk} \underset{==}{\text{def}} W^i_{jkh} \dot{x}^h = H^i_{jk} - \frac{1}{n+1} \dot{x}^i H^r_{jkr} + \frac{2}{n^2-1} \left\{ nH_{[j} + \dot{x}^r H_{r[j} \right\} \delta^i_{k]} ^{**} \tag{1.6}$$

ये टेंसर क्षेत्र

$$\text{(a)} \quad \dot{\partial}_h H^i_{jk} = H^i_{jkh} \qquad \text{(b)} \quad \dot{\partial}_h H^i_{jk} = W^i_{jkh} \tag{1.7}$$

के द्वारा भी जुड़े हुए हैं । फिंसलर बहुमुख F_n जो

$$\mathcal{B}_m W^i_{jkh} = \lambda_m W^i_{jkh} \tag{1.8}$$

को स्थान देता है उसे मिश्रा तथा पाण्डेय [1] ने प्रक्षेपीय आवर्ती फिंसलर बहुमुख कहा है और यह WR-F_n द्वारा सूचित किया जाता है जहाँ λ_m शून्येतर सहपरिवर्ती वेक्टर क्षेत्र है। इसमें यह देखा जाता है कि WR-F_n निम्न को भी स्थान देता है -

---

**बड़े कोष्ठकों से उनके भीतर बन्द सूचकों के प्रति विषम संमितीय अंश का द्योतन होता है।

$$\mathcal{B}_m W^i_{jk} = \lambda_m W^i_{jk} \tag{1.9}$$

2. WR-F_n में CA गति

हम अत्यणु रूपान्तर $\bar{x}^i = x^i + \in v^i\left(x^j\right)$ पर विचार करेंगे जहाँ v^i एक सहपरिर्वती वेक्टर क्षेत्र है जो दिक आर्गुमेंटों से स्वतन्त्र है और एक अत्यणु अचर है। यह सजातीय गति को तभी परिभाषित करता है यदि कथित रूपान्तर के प्रति कनेक्शन प्राचलों का Lic अवकलज $\mathcal{L}G^i_{jk}$ विलुप्त हो जाता है अर्थात् यदि यानो [7] का परिणाम सत्य उतरता है ।

$$\mathcal{L}G^i_{jk} = \mathcal{B}_j \mathcal{B}_k V^i + V^s H^i_{sjk} + \left(\dot{\partial}_s G^i_{jk}\right)\mathcal{B}_m V^s \dot{x}^m = o \tag{2.1}$$

सिन्हा [6] ने सिद्ध किया है कि वह फिंसलर समष्टि जो सजातीय गति को स्थान देता है वह $\mathcal{L}H^i_{jkh} = o$ को भी स्थान देता है । (2.2)

यह जानते हुए आधार तत्व यानी x^i में लुप्त होने वाला ली-अवकलज (2.2) होता है, अतः जब इसे (1.3), (1.4) एवं (1.5) में प्रयुक्त किया जाता है तो इससे

(a) $\mathcal{L}H^i_{jk} = o$ (b) $\mathcal{L}H_{kh} = o$ (c) $\mathcal{L}H_k = o$ (2.3)

प्राप्त होता है । इस तरह जो समष्टि एक सजातीय गति को स्थान देती है उसमें वक्रता टेंसर तथा इसके सहचारी *** ली-अवकलज के अन्तर्गत निश्चर रहे आते हैं । मान लो कि प्रतिक्षेत्र से युक्त एक सजातीय गति का अस्तित्व है । किसी सजातीय गति की विशेषता है

$$\beta_j V^i = \rho \delta^i_j \tag{2.4}$$

जहाँ $\mathcal{L}(x, \dot{x})$ कोई शून्येतर अदिश फलन है । हम निम्नांकित परिभाषा देते हैं ।

परिभाषा 2.1

जब फिंसलर समष्टि (2.1) तथा (2.4) को भी स्थान देता है तो अत्यणु रूपान्तर के लिए कहा जाता है कि यह प्रतिक्षेत्र वाली सजातीय गति को (संक्षेप में CA गति) को

*** X वक्रता टेंसर के सहचारियों से हमारा अभिप्राय H^i_{jk}, H_{jk} इत्यादि टेंसर क्षेत्रों से है

परिभाषित करता है । (1.6) का ली-अवकलज बनाने तथा (2.2) एवं (2.3) को देखने पर हमें $\mathcal{L}W^{i}_{jk}=0$ प्राप्त होता है । (2.5)

सजातीय गति को स्थान देने वाले समष्टि में टेंसर-क्षेत्र W^{i}_{jk} के ली-अवकलज के लिए स्पष्ट व्यंजक लिखने पर (2.5) यानो के परिणाम [7] में प्रसार करता है ।

$$V^{h}\mathcal{B}_{h}W^{i}_{jk}-W^{h}_{jk}\mathcal{B}_{h}V^{i}+W^{i}_{jh}\mathcal{B}_{j}V^{h}+W^{i}_{jh}\mathcal{B}_{k}V^{h}+\left(\dot{\partial}_{h}W^{i}_{jk}\right)\mathcal{B}_{s}V^{h}\dot{x}^{s}=0 \quad (2.6)$$

अब यदि हम कल्पना करें कि विचाराधीन समष्टि WR - F_n है तो (1.9) के लिए हमें

$$V^{h}\lambda_{h}W^{i}_{jk}-W^{h}_{jk}\mathcal{B}_{h}V^{i}+W^{i}_{jh}\mathcal{B}_{j}V^{h}+W^{i}_{jh}\mathcal{B}_{k}V^{h}+\left(\dot{\partial}_{h}W^{i}_{jk}\right)\mathcal{B}_{s}V^{h}\dot{x}^{s}=0 \quad (2.7)$$

प्राप्त होगा । इतना ही नहीं, यदि हम इस पर भी विचार करें कि (2.4) के लिए सजातीय गति CA-गति है तो (2.7) निम्न प्रकार सरलीकृत हो जाता है -

$$V^{h}\lambda_{h}W^{i}_{jk}+\rho\left(W^{i}_{jk}+\dot{x}^{h}\dot{\partial}_{h}W^{i}_{jk}\right)=0 \quad (2.8)$$

(1.6) एवं (1.7) का उपयोग करने पर उपर्युक्त समीकरण

$$V^{h}\lambda_{h}W^{i}_{jk}+2\rho W^{i}_{jk}=0$$

$$(V^{h}\lambda_{h}+2\rho)W^{i}_{jk}=0 \quad (2.9)$$

$W^{i}_{jk}=0$ में समानीत हो जाता है ।

चूँकि ρ शून्येतर फ़लन है तथा λ_h वेक्टर है अतः इसका अर्थ हुआ कि अन्ततः प्रक्षेपीय वक्रता टेंसर लुप्त हो जाता है। इस तरह हम प्रमेय (2.1) में व्यक्त परिणाम तक पहुँचते हैं ।

प्रमेय 2.1

CA - गति को स्थान देने वाला WR - F_n प्रक्षेपीय रीति से सपाट होता है।

3. फलन ρ के कुछ अभिलक्षण

माना कि एक ऐसा शून्येतर अदिश फलन है जो (2.4) की तुष्टि इस तरह करता है कि समष्टि F_n CA - गति को स्थान देता है । चूँकि V^i स्वतन्त्र है x^i से तथा बेर्वाल्ड का

सहपरिवर्ती अवकलज दिक आर्गुमेंट में शून्यकोटि का समांग है अतः $\ddot{\rho}$ भी है । इस तरह हमें $\dot{x}^s \dot{\partial}_s \rho = 0$ प्राप्त होता है । (3.1)

अपरंच, पिछले अनुभाग में देखा जाता है कि यदि F_n सजातीय गति को स्थान दे तो सम्बन्ध (2.1) सत्य उतरता है। इस तरह CA- गति से युक्त समष्टि में, जहाँ (2.4) भी सत्य है, (2.1) का सरलीकरण

$$\rho_j \delta^i_j + V^s H^i_{sjk} + \rho \dot{x}^s \dot{\partial}_s G^i_{jk} = 0$$

में होता है जहाँ $\rho_j = \mathcal{B}_j \rho$ एक प्रवणता वेक्टर क्षेत्र है ।

चूँकि G^i_{jk} शून्यकोटि में x^i में समांगी है अतः उपर्युक्त समीकरण के वामपक्ष का अन्तिम पद लुप्त हो जाता है और यह उससे भी आगे

$\rho_j \delta^i_k + V^s H^i_{sjk} = 0$ में समानीत हो जाता है । (3.2)

(3.2) को V^k के साथ ट्रांसवेक्ट करने पर

$$V^k \rho_j \dot{\partial}^i_k + V^s V^k H^i_{sjk} = 0 \tag{3.3}$$

अब (2.4) को x^k के प्रति सहपरिवर्ती रूप से अवकलित करने पर

$$\mathcal{B}_k \mathcal{B}_j V^i = \rho_k \delta^i_j \tag{3.4}$$

अब यह आसानी से देखा जा सकता है कि क्रमविनिमय सूत्र (1.2) को दृष्टि में रखते हुए (3.4) का वि[illegible] संमितीय अंश प्रदान करता है -

$$H^i_{jkh} V^h = 2\delta^i_{[j}\rho_{k]}$$

इसी तरह

$$H^i_{sjk} V^k = 2\delta^i_{[s}\rho_{k]} \tag{3.5}$$

(3.5) एवं (3.3) से हमें

$V^i \rho_j + 2 V^s \delta^i_{[s}\rho_{j]} = 0$ प्राप्त होगा । उपर्युक्त समीकरण को सरल करने पर हमें $(n-2)V^i \rho_i = o$ प्राप्त होगा जिससे निम्नांकित प्रमेय स्थापित होती है।

प्रमेय 3.1

CA - गति को स्थान देने वाले फिंसलर समष्टि में v^j एवं ρ_j वेक्टर क्षेत्र एक दूसरे पर लाम्बिक होते हैं यदि $n > 2$.

निर्देश

1. मिश्रा, आर. बी. तथा पाण्डेय, पी. एन : Publ. Math. Debrecen, 1981, 28, 191-198
2. मिश्रा, आर. बी. तथा मेहेर, एफ. एम. : Indian J. Pure Appl. Math. 1975, 6, 522-526.
3. मिश्रा, आर. बी. : Math. Z. 1972, 126,, 143-153
4. मिश्रा, आर. बी. तथा मेहेर, एफ. एम. : Indian J. Pure Appl. Math 1972, 3, 219-225
5. मिश्रा, आर. बी. तथा पाण्डेय, के. एस. : Ann. Mat. Pura Appl. 1970, (4) 85, 327-246
6. सिन्हा, आर. एस. : Tensor (N.S) 1969, 20, 261-264
7. यानो, के. : The Theory of Lie derivatives and its applications, North-Holland, Amsterdam, 1957.
8. रुण्ड, एच. : The differential geometry of Finsler spaces : Springer, 1959.

शब्दावली

अत्यणु : Infinitesimal
प्रेक्षपीय वक्रता टेंसर : Projective curvature tensor
अकलज : Derivative
क्रम विनिमयी सूत्र : Commutation formula
ट्रांसवेक्शन : Transvection
दिक आर्गुमेंट : Directonal argument
निश्चर : Invariant
प्रतिक्षेत्र : Contra-field
आवर्ती : Recurrent
बहुमुख : Manifold.
विषम संमितीय : Skew Symmetric
वक्रता टेन्सर : Curvature tensor
शून्येतर अदिश : Non null scalar
सहचरी : Associate
सहपरिवर्ती : Covariant
सजातीय गति : Affine motion

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 46, No. 2, April 2003

अमरूद के म्लानि रोग पर विभिन्न विरोधी कवकों का प्रभाव

दीना नाथ शुक्ला तथा भानु प्रताप द्विवेदी
वनस्पति विज्ञान विभाग, इलाहाबाद विश्वविद्यालय, इलाहाबाद
एवं
गोपाल पाण्डेय तथा हेमलता पन्त
बायोवेद शोध एवम् प्रसार केन्द्र, 103/42 मोती लाल नेहरू मार्ग, इलाहाबाद

[प्राप्त - दिसम्बर 2,2002]

सारांश

प्रस्तुत शोधपत्र में अमरूद में होने वाले म्लानि रोग (फ्यूजेरियम ऑक्सीस्पोरम, फ्यूजेरियम सोलेनाई, फ्यूजेरियम इक्टीसेटाई) की वृद्धि के विरोध में विभिन्न विरोधी कवकों, जैसे ट्राईकोडर्मा विरिडी-2, ट्राईकोडर्मा विरिडी-3, ट्राईकोडर्मा विरिडी-4, ट्राइकोडर्मा हैमेटम एवं ट्राईकोडर्मा हारजिएनम के प्रभाव का अध्ययन किया गया। उपर्युक्त सभी विरोधी कवक फ्यूजेरियम प्रजातियों की वृद्धि को रोकने में सार्थक रहे । इनमें से सबसे अच्छा प्रभाव टी॰ विरिडी-2का, फिर क्रमशः टी. हैमेटम,ट्री हारजिएयम,टी. विरिडी-3, एवम् टी. विरिडी-4 का रहा ।

Abstract

Studies of different antagonistic fungi on wilt disease in guava plant. *By* D. N. Shukla and B. P. Dwivedi, Department of Botany University of Allahabad and Gopal Pandey and Hemalata Pant, Bioved Research and Communication Centre, 103/42, M. L. N. Road, Alllahabad (U. P.).

This paper deals with the effect of different antagonistic fungi viz. Trichoderma viride-2, Trichoderma viride-3, Trichoderma viride-4, Trichoderma hamatum and Trichoderma harzianum on the wilt disease of guava. All antagonistic pathogens were effective

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 46, No. 2, April 2003

अमरूद के म्लानि रोग पर विभिन्न विरोधी कवकों का प्रभाव

दीना नाथ शुक्ला तथा भानु प्रताप द्विवेदी
वनस्पति विज्ञान विभाग, इलाहाबाद विश्वविद्यालय, इलाहाबाद
एवं
गोपाल पाण्डेय तथा हेमलता पन्त
बायोवेद शोध एवम् प्रसार केन्द्र, 103/42 मोती लाल नेहरू मार्ग, इलाहाबाद

[प्राप्त - दिसम्बर 2,2002]

सारांश

प्रस्तुत शोधपत्र में अमरूद में होने वाले म्लानि रोग (फ्यूजेरियम ऑक्सीस्पोरम, फ्यूजेरियम सोलेनाई, फ्यूजेरियम इक्टीसेटाई) की वृद्धि के विरोध में विभिन्न विरोधी कवकों, जैसे ट्राईकोडर्मा विरिडी-2, ट्राईकोडर्मा विरिडी-3, ट्राईकोडर्मा विरिडी-4, ट्राइकोडर्मा हैमेटम एवं ट्राईकोडर्मा हारजिएनम के प्रभाव का अध्ययन किया गया। उपर्युक्त सभी विरोधी कवक फ्यूजेरियम प्रजातियों की वृद्धि को रोकने में सार्थक रहे । इनमें से सबसे अच्छा प्रभाव टी॰ विरिडी-2का, फिर क्रमशः टी. हैमेटम,ट्री हारजिएयम,टी. विरिडी-3, एवम् टी. विरिडी-4 का रहा ।

Abstract

Studies of different antagonistic fungi on wilt disease in guava plant. *By* D. N. Shukla and B. P. Dwivedi, Department of Botany University of Allahabad and Gopal Pandey and Hemalata Pant, Bioved Research and Communication Centre, 103/42, M. L. N. Road, Alllahabad (U. P.).

This paper deals with the effect of different antagonistic fungi viz. Trichoderma viride-2, Trichoderma viride-3, Trichoderma viride-4, Trichoderma hamatum and Trichoderma harzianum on the wilt disease of guava. All antagonistic pathogens were effective

against mycelial growth of fusarium oxysporum, fusarium solani and fusarium equiseti. Maximum inhibition percentage were observed in case of Trichoderma viride-2, followed by Trichoderma hamatum, Trichoderma harzianum, Trichoderma viride-3 and Trichoderma viride-4.

भारतवर्ष मे उगाये जाने वाले फलों में अमरूद अत्यन्त लोकप्रिय फल है। देश में उगाये जाने वाले फलों में, क्षेत्रफल (58.230 हेक्टर) एवं उत्पादन (656110 टन) की दृष्टि से, अमरूद का चौथा स्थान है । अमरूद के फल में विटामिन सी एवं पेक्टिन प्रचुर मात्रा में पाये जाते हैं । इसके अतिरिक्त, कुछ उपयोगी खनिज पदार्थ जैसे कैल्सियम, फास्फोरस भी रहते हैं। इसके बीजों में लोहे की मात्रा 80 प्रतिशत तक मिलती है। अमरूद के म्लानि रोग का अभी तक कोई रासायनिक नियंत्रण कारगर सिद्ध नहीं हुआ है । यह रोग कार्बनिक पदार्थों के द्वारा कुछ सीमा तक नियंत्रित किया जाता है । अभी कुछ वैज्ञानिकों ने जैव नियंत्रकों से म्लानि रोग को रोकने में सफलता प्राप्त की है । [3,5,6] इसी को ध्यान में रखते हुए अमरूद के म्लानि रोग के नियंत्रण के लिए जैव नियंत्रक ट्राईकोडर्मा की विभिन्न प्रजातियों का प्रयोग किया गया ।

प्रयोगात्मक

पात्रे प्रयोग मे सभी जैव कारकों तथा रोगजनक फ्यूजेरियम प्रजातियों का प्रभाव आलू डेक्सट्रोज ऐगार माध्यम पर ज्ञात किया गया। 9 मिमी. व्यास की 18 पेट्रीडिशों का फार्मेलीन से पोंछकर ओवन में 180^{0}C पर दो घंटे तक निर्जर्मीकरण करने के लिए रख दिया गया । सभी जैव कारकों तथा रोगजनक फ्यूजेरियम प्रजातियों के बीजाणुओं का आसुत जल के साथ घोल तैयार किया गया । प्रत्येक निर्जर्मीकृत पेट्रीडिश को संवर्धन कक्ष में पटलीय प्रवाह में पैराबैंगनी प्रकाश में बीस मिनट तक रखा गया, तदुपरान्त क्रमशः जैवकारकों के बीजाणुओं के घोल (5000 बीजाणु) को, फिर रोगजनक प्रजातियों के बीजाणुओं का घोल (5000 बीजाणु) को पेट्रीडिशों में निवेशित किया गया। फिर क्रमशः आलू डेक्सट्रोज ऐगार माध्यम को पेट्रीडिशों में निवेशित किया गया । इसके बाद पेट्रीडिशों को 27^{0}C ताप पर जैवऑक्सीजन डिमांड में रख दिया गया । सात दिनों के बाद रोगजनक की वृद्धि का निरीक्षण किया गया । कवक जाल की वृद्धि के प्रतिशत में कमी निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात की गई।

[(सी-टी)/सी] X 100 ।

जहाँ सी = नियंत्रण में प्रयुक्त होने वाले फफूँद की वृद्धि (मिमी. में) ।

टी = उपचार में प्रयुक्त होने वाले फफूँद की माध्य वृद्धि (मिमी. में) ।

परिणाम तथा विवेचना

सारणी 1 से यह निष्कर्ष निकलता है कि जैव नियंत्रकों के प्रयोग से अमरूद में लगने वाले म्लानि रोग का सार्थक नियंत्रण होता है । सबसे अधिक प्रभाव टी. विरिडी-2 का रहा । इसके बाद क्रमशः टी. हैमेटम, टी. हारजीएनम, टी. विरिडी-2 का रहा।

सारणी - 1

विभिन्न विरोधी कवकों का रोगजनक फ्यूजेरियम प्रजातियों के कवकजाल की वृद्धि पर प्रभाव

क्रमांक	उपचार	कवकजाल की वृद्धि (प्रतिशत में)		
		फ्यूजेरियम आक्सीस्पोरम	फ्यूजेरियम सोलनाई	फ्यूजेरियम इक्येसिटाई
1.	ट्राईकोडर्मा विरिडी -2	18.20	19.10	20.80
2.	ट्राईकोडर्मा हैमेटम	20.30	19.40	21.60
3.	ट्राईकोडर्मा विरिडी -3	26.62	26.60	27.62
4.	ट्राईकोडर्मा विरिडी - 4	28.20	28.80	29.20
5.	ट्राईकोडर्मा हारजिएनम	25.60	25.40	25.70
6.	नियंत्रण	....	....	....

इसके बाद क्रमशः टी. हैंमेटम, टी. हारजिएनम, टी. विरिडी-3, एवं टी. विरिडी-4 का रहा। म्लानि रोगजनक के कवक तन्तुओं की वृद्धि का प्रतिशत कम होने का मुख्य कारण है, वाइरिडिक अम्ल तथा काइटोनोलिटिक विकर का स्रवण एवं कवकविरोधी प्रभाव। इस तरह के परिणाम अन्य शोधकर्ताओं ने [1,2,4.7] भी प्राप्त किये हैं ।

निर्देश

1. बेल, डी. के., वेल्स, एस. डी. तथा मरखान, सी. आर. : फाइटोपैथोजन 1982,72, 379-82
2. देशमुख, पी. पी. तथा रावत, जे. जी. : न्यू एग्रीकल्चरिस्ट 1992,3 (2), 127-130.
3. मून, बी.जे., चुंग, एच. एस. तथा जो, सी. टी. : कोरियन जर्नल प्लान्ट पैथोलॉजी, 1988, 4 (2), 111-123.

4. पाण्डेय, जी. तथा द्विवेदी, बी. के. : बायोटेक्नोलॉजी इन इण्डिया (1984).

5. परवेज, जी.सी. तथा लुम्सवन, आर. डी. : एन रिव फाइटोपैथोलॉजी 1985,18, 389-413.

6. ओसमान, ए.आर., फहिम, एम. एम., साहाब तथा एबेड-अल्कडर, एम. एम. : यूरोपियन जर्नल फाइटोपैथोलाजी 1986,18, 11-25.

7. शुक्ला, डी. एन. : डी. एससी. थीसिस, इलाहाबाद विश्वविद्यालय, इलाहाबाद (2000).

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 46, No. 2, April 2003

राजस्थान : कुछ वानस्पतिक विशिष्टताएँ

सतीश कुमार शर्मा

क्षेत्रीय वन अधिकारी फुलवारी वन्य जीव अभयारण्य

कोटड़ा -307025 ज़िला-उदयपुर (राज॰)

[प्राप्त-अक्टूबर 6, 2002]

सारांश

राजस्थान में कई जलवायु क्षेत्र होने से वानस्पतिक विविधता की कोई कमी नहीं है। अनेकों सामाजिक संरक्षण परंपराओं के कारण पवित्र कुंजों में वृक्ष बहुत विशाल आकार ग्रहण कर लेते हैं एवं आकर्षण का केन्द्र बन जाते हैं। दूसरी तरफ कुछ प्रजातियाँ हाल ही में ज्ञात हुई हैं एवं उनका वितरण भी राज्य में सीमित क्षेत्र में होने से वे संरक्षण की हकदार हैं। इस तरह के अध्ययनों से विभिन्न प्रजातियों के विशाल ढूँढ़ कर उन्हें "संरक्षित वृक्ष" घोषित किया जा सकता है।

Abstract

Rajasthan: Some plant specialities. *By* Satish Kumar Sharma, Range Forest Officer, Phulwari Wildlife Sanctuary, Kotra - 307025, Dist. Udaipur (Rajasthan).

There are many climatic zones prevail in the State of Rajasthan which are resposible for rich floral diversity. Due to various conservatory traditions of the society, many trees attain huge size and become centre of attraction. On the other hand, presence of many species have been recently recorded in the State and their distribution area being restricted, they need conservation. Such type of studies can help to search out the giant trees of different species so that they can be notified as "protected trees".

प्रस्तुत प्रपत्र में 1980 से 2001 तक राजस्थान राज्य के वन क्षेत्रों, विशेष कर अलवर, भरतपुर, धौलपुर, सवाईमाधोपुर, करौली, टोंक, जयपुर, दौसा, सीकर, झुन्झनु गंगानगर, हनुमानगढ़, जैसलमेर, बीकानेर , जोधपुर, पाली, उदयपुर, राजसमंद, भीलवाडा, चित्तौडगढ़, कोटा, बूँदी, बांसवाड़ा, डूँगरपुर, सिरोही, बाडमेर आदि जिलों के वन क्षेत्रों में राज्य सेवा एवं अध्ययन-सर्वेक्षणों के दौरान अनेक विशाल आकार के वृक्ष देखने को मिले तथा ऐसी वनस्पतियों को देखने-ढूँढ़ने का अवसर भी मिला जो "राजस्थान के फ्लोरा" (शेटी तथा सिंह [2] , शर्मा [3-7]) में दर्ज नहीं थीं।

राजस्थान में जैविक संरक्षण की अनेक परंपराएँ प्रचलन में हैं। धार्मिक स्थलों के आस-पास पवित्र कुंजों (Sacred Groves) को संरक्षित किया जाता है तो कई जगह मात्र अकेले वृक्ष को भी स्थान विशेष पर होने पर 'पवित्र वृक्ष' के रूप मे संरक्षित किया जाता है। यदि किसी वृक्ष के नीचे कोई धार्मिक स्थल या स्मृति स्थल स्थापित है तो उस वृक्ष को समाज पूरा संरक्षण देता है। नये कुओं की खुदाई करने पर सर्वप्रथम लोक देवता 'भैरूजी' का स्थान किसी खेजड़ी (Prosopis cineraria) के नीचे बनाया जाता है। ऐसा खेजड़ी हमेशा के लिये संरक्षित एवं पवित्र वृक्ष (Protected and Sacred tree) के रूप में मान्य हो जाता है। इसी तरह राजस्थान में जगह-जगह पवित्र जल या जलाशय, पवित्र नदी संगम, पवित्र भूमि, पवित्र पहाड़ियाँ आदि देखने को मिलती हैं। ये सभी प्रकृति संरक्षण के सर्वोत्तम उदाहरण प्रस्तुत करती हैं।

प्रयोगात्मक

अध्ययन प्रक्रिया

नृजीवविज्ञान (Ethnobiology) की दृष्टि से पवित्र कुंजों, पवित्र वृक्षों, पवित्र जलाशयों, पवित्र भूमियों, पवित्र पहाड़ियों आदि के अध्ययन से वनस्पतियों, प्राणियों एवं मनुष्यों के सहसंबंध की कई अछूती जानकारियाँ सामने आती हैं। प्रस्तुत अध्ययन में जगह-जगह जाकर पवित्र कुंजों को देखा गया तथा उनमें स्थित विशाल वृक्षों की वक्ष ऊँचाई (breast height i.e. BH) पर गोलाई, छत्र विस्तार, ऊँचाई आदि की नापें ली गईं एवं सर्वाधिक विशाल आकार के वृक्षों का निर्धारण किया गया। वनों में भी दूर-दूर तक भ्रमण करके विशाल वृक्ष तलाश कर उनकी नापें ली गईं। विभिन्न नापें फीतों, कैलीपर्स, ऐबोनी लेवल, हॉगा ऐल्टीमीटर आदि से ली गई। वन के विशाल वृक्षों को बचाने के लिये स्थानीय जनता की सुरक्षा समितियाँ बनाकर व्यापक जन चेतना अभियान भी प्रारंम्भ किया गया।

अध्ययन के दौरान विभिन्न जातियों के मिले विशाल वृक्ष एवं नई प्रजातियों का विवरण इस प्रकार है :-

(1) बरगद (*Ficus benghalensis*, Family Maraceae)

उदयपुर जिले की झोड़ोल तहसील के मादड़ी गांव में एक विशाल प्राचीन बरगद उपस्थित है। इसके छत्र का फैलाव उत्तर दक्षिण दिशा में 117 मी०, पूर्व-पश्चिम दिशा में 111 मी०, वक्ष ऊँचाई (B.H.) पर गोलाई 21.0 मी०, छत्र का फैलाव 10200 वर्ग मी० है। बारह व्यक्ति बाहें फैलाकर ही इसके तने को घेर सकते हैं। इतना विशाल होने पर भी इस वृक्ष में स्तम्भ जड़ें लगभग अनुपस्थित हैं। स्तम्भ जड़ों की अनुपस्थिति के कारण भारी क्षैतिज शाखाएँ टूट कर भूत काल मे भूमि पर गिर गईं। गिरने से पूर्व संभवतः कुछ स्तम्भ जड़ों ने भूमि से सम्पर्क कर जड़-तन्त्र विकसित कर लिया होगा क्योंकि जमीन पर गिरी शाखाएँ आज भी हरे-भरे वृक्षों के समान हैं। यदि उनका सम्पर्क जड़ों के द्वारा भूमि से नहीं होता तो जमीन पर गिरने के बाद वे सूख चुकी होतीं । वर्तमान में 12 शाखाएँ भूमि पर गिरी हुई हैं एवं भूमि पर लगभग रेंगती हुई वृद्धि कर रही हैं । पांच मुख्य शाखाएँ अभी तने पर लगी हैं। भूमि पर पड़ी अधिकांश शाखाओं ने जमीन को 2-2 जगह स्पर्श कर लिया है। हर स्पर्श के बाद क्षैतिज बढ़ता तना प्रकाश में उठने की कोशिश करता है परन्तु अधिक भार के कारण फिर जमीन की तरफ आकर भूस्पर्श कर लेता है।

यह अभी तक ज्ञात राजस्थान का सबसे बड़ा बरगद का वृक्ष है। इस वृक्ष के नीचे हनुमान देव का चबूतरेनुमा मंदिर होने से यह बरगद एक पवित्र वृक्ष (Sacred Tree) के रूप में स्थानीय भील आदिवासियों द्वारा संरक्षित है।

(2) बहेड़ा (*Terminalia bellirica*, Family Combretaceas)

उदयपुर जिले की कोटड़ा तहसील में जोगीवड की नाल में सुबरा-सुबरी वनखण्ड (प्रादेशिक रेंज कोटड़ा) में एक बहेड़ा वृक्ष की वक्ष ऊँचाई (B.H.) पर गोलाई 6.30 मी० तथा ऊँचाई 27.0 मी० है। इस वृक्ष के आधार में 8 बट्रेस हैं, जो इसे स्थायित्व प्रदान करते हैं। यह अभी तक ज्ञात राजस्थान का सबसे बहेड़ा वृक्ष है।

(3) पलाश (*Butea monosperma*, Family Fabaceae)

उदयपुर जिले की गोगुन्दा तहसील के कमोल गाँव मे 'इकपर्णिया बावसी' देवरे (आदिवासियों का धार्मिक स्थल) के पास एक ऐसा पलाश का वृक्ष है जिसमें त्रिपर्णी न होकर सभी पत्तियाँ एकपर्णी हैं। पलाश की इस विशेषता को देवीय चमत्कार मानकर स्थानीय आदिवासी भीलों एवं अन्य समुदाय के लोगों ने इस वृक्ष के नीचे एक देवरा बना दिया जिसे 'इकपर्णिया बावसी' के नाम से जाना जाता है। देवरे की वजह से यह विचित्र वृक्ष एक पवित्र वृक्ष के रूप में संरक्षित है। यह राजस्थान का ज्ञात एकमात्र एकपर्णी पलाश है।

(4) मगरा केल (***Ensete superbum*, Family Musaceae**)

यह पश्चिम घाट की केल की वन्य प्रजाति है जो उदयपुर- कुंभलगढ क्षेत्र में अपनी अंतिम उत्तरी सीमा बनाती है। यह प्रजाति ऊँची खड़ी नंगी चट्टानों की दरारों मे उगती है। साल भर सूखा रहने वाला मगरा केल मानसून आगमन के साथ हरा होने लगता है तथा मानसून समाप्ति पर सूखने लगता है। राजस्थान में उदयपुर एवं कोटा केवल दो ही जिलों में यह ज्ञात है। उदयपुर जिले में कोटड़ा, झाड़ोल गिर्वा एवं गोगुन्दा केवल चार तहसीलों में मात्र 100 x 40 कि० मी० भू-भाग तक यह प्रजाति सीमित है। राजस्थान के दक्षिण में गुजरात राज्य के बनासकांठा जिले में **बालाराम अम्बाजी भालू अभयारण्य** में कोटेश्वर महादेव के पास एवं इसी राज्य में धार्मिक स्थल पावागढ (डॉ० बद्रीलाल निजी पत्राचार) में भी यह प्रजाति उपस्थित है। राजस्थान में चम्बल नदी के नम तटों पर भी कही-कही मगरा केल उगा मिलता है। (शर्मा [4])

(5) गूलर (***Ficus glomerata*, Family Moraceae**)

उदयपुर जिले की झाड़ोल तहसील के चंदवास गाँव में एक महादेव मंदिर के पास दो विशाल गूलर वृक्ष धार्मिक आस्था के कारण संरक्षित हैं। वक्ष ऊँचाई पर इनमें से एक वृक्ष का घेरा 6.60 मी० व दूसरे का 7.05 मी० है। बहुत अधिक आयु के होने के कारण इनके तने के आन्तरिक भाग सड़ गये हैं जिससे वे खोखले हो गये हैं। मेवाड़ (उदयपुर संभाग) की प्रचीन लोकगाथा "देवनारायण बगड़ावत" में गूलर वृक्षों को लोक-पूज्य वृक्षों के रूप में मान्यता दी गयी है। पालीवाल समाज में तो इसे काटना पाप समझा जाता है। ये दोनों वृक्ष अभी तक ज्ञात राजस्थान के सर्वाधिक गोलाई वाले गूलर वृक्ष हैं। राजस्थान में गूलर के वृक्षों को प्राचीन समय में भी बचाया जाता था क्योंकि अकाल पड़ने के समय गूलर फलों का आटा गेहूँ के आटे के साथ मिश्रित कर रोटियाँ बनाकर अकाल के समय को निकाला जाता था।

(6) जोगण बेल (***Phanera integrifolia* syn. *Bauhinia vahli*, Family Caesalpiniaceae**)

उदयपुर जिले झाड़ोल तहसील के पारगियापाड़ा - मादड़ी गाँवों के पास मादड़ी वन खण्ड के पूर्वी ढाल पर मध्यम ऊँचाई पर लगभग एक हैक्टेयर क्षेत्र में दो दर्जन से ज्यादा जोगण बेल उगी हुई हैं। यहाँ एक देवरा भी है। यह आदिवासियों का एक पवित्र कुंज (sacred grove) है जिसे वे संरक्षित करते आ रहे हैं। इस कुंज में कुछ बेलें तो काफी प्राचीन हैं जो इनके तनों की मौटाई से परिलक्षित हो रहा है। लता कुंज में पूर्व दिशा में प्रवेश करने पर दाँई तरफ एक बेल का भूमि तल पर घेरा

1.36 मी॰ है। कुछ दूर बाद यह दो शाखाओं मे बंट गयी है। एक शाखा तो बढ़ती आयु या अज्ञात कारण से सड़ गयी है एवं ठूँठ रूप में है, लेकिन दूसरी शाखा पूर्व दिशा में पहाड़ी की नंगी चट्टान पर चढ़ गयी है। लगभग 18.0 मी॰ बाद भी इस शाखा की गोलाई 0.50 मी॰ है।

स्थानीय आदिवासी अपने परिजनों की मृत्यु के बाद 12वें के क्रियाकर्म की कई रस्में जोगण बेल के पत्तों पर करते हैं। क्षेत्रफल एवं बेलों के आकार की दृष्टि से यह राजस्थान का जोगण बेल का सबसे बड़ा व सबसे प्राचीन पवित्र कुंज है।

(7) थूर (*Euphorbia caduacifolia*, Family Euphorbiacae)

जयपुर जिले में नाहरगढ़ जैविक उद्यान में थूर की एक विशाल झाड़ी उपस्थित है। इस झाड़ी का घेरा 23.20 मी॰ तथा ऊँचाई 3.60 मी॰ है। इसके लगभग 4900 शाखाएँ हैं। यह सुरा की बावड़ी के पास, रास्ते के दक्षिण मे स्थित है। अभी तक ज्ञात राजस्थान की यह सबसे बड़ी थूर झाडी है।

(8) बड़ी गूगल (*Commiphora gileadense*, Family Burseraceae)

राजस्थान में मिलने वाला गूगल (*Commiphora wightii*) अब दुर्लभ हो चला है एवं रेड-डेटा प्रजाति (Red-data species) घोषित हो चुका है। यह प्रजाति उत्तर एवं मध्य अरावली तथा थार क्षेत्र में फैली हुई है। कहीं-कहीं दक्षिण अरावली मे भी इसका वितरण है। इसकी दूसरी सहोदर जाति बड़ी गूगल (Commiphora gileadense) दक्षिण भारतीय क्षेत्र एवं श्रीलंका में फैली हुई है (बान्डिस [1] एवं टालबोट [8]) परन्तु यह दक्षिण राजस्थान में भी उपस्थित है। यह प्रजाति उदयपुर जिले मे भीण्डर कस्बे के पास केदरिया गाँव के पास कुछ जगह प्राकृतिक रूप से उगी हुई है। उस प्रजाति का एक वृक्ष केन्द्रिय पौधशाला बांसवा मे भी उपस्थित है जो संभवतः मानव रोपित है।

(9) नरवीलिया आरेगुवाना (*Nervilia aragoana*, Family Orchidaceae)

राजस्थान में यह थलीय ऑर्किड हाल ही में सीतामाता अभयारण्य में बहते नालों के किनारों चिरौंजी एवं आम में वृक्षों की छाया में नम भूमि पर उगा हुआ देखा गया है। वर्षा ऋतु के आगमन के साथ ही इस ऑर्किड मे पुष्पन प्रारम्भ हो जाता है। पुष्पक्रम की अक्ष अशाखित होती है। पुष्पन के समय पत्ती अनुपस्थित होती है। पुष्पन की समाप्ति पर एक मात्र पान के पत्ते के आकार की पत्ती प्रस्फुटित हो जाती है। यह निकलने वाली पत्ती एक भूमिगत कंद के शीर्ष से एक लम्बे डन्ठल से जुड़ी रहती है। यह राजस्थान में इसकी प्रथम उपस्थिति है। विस्तृत सर्वे उपरान्त इस प्रजाति को फुलवारी अभयारण्य की पानरवा रेंज में नालावा- डैया मार्ग पर टिन्डोरी

गाँव में रास्ते के पूर्व दिशा में एक वर्षाती नाले के किनारे महुओं की छाया में उगा देखा गया है। यह नाला वर्तमान में केवल वर्षा ऋतु में ही प्रवाहमान रहता है। राजस्थान में अभी तक मात्र इन दो जगहों पर ही इस दुर्लभ प्रजाति को देखा गया है।

(10) **हैबेनेरिया लांगीकोर्नीकुलेट** (*Habenaria longicorniculata*, **Family Orchidaceae**)

यह थलीय ऑर्किड हाल ही में माउन्ट आबू अभयारण्य में कोदरा पथ पर देखा गया है। इसका पौधा एक बहुवर्षी भूमिगत कंद से हर साल वर्षा ऋतु में प्रस्फुटन करता है। इस पौधे में वर्षा की समाप्ति के आस-पास एक लम्बी डन्डी (Scape) पर 1-3 सफेद फूल लगते हैं। इस प्रजाति के फूलों में विशेष रूप से लम्बे स्पर (Spur) उपस्थित होते हैं,जिनकी लम्बाई 10-12 सेमी तक होती है। राजस्थान में इस प्रजाति की यह प्रथम उपस्थिति है। हाल ही में इस ऑर्किड को झाड़ोल तहसील में पालिया खेड़ा गाँव के पास झमेरी वन खण्ड में कोचरीमाता के पास नलवानिया नाले में देखा गया है।

(11) **केवड़ा** (*Pandanus fascicularis*, **Family Pandanaceae**)

इस प्रजाति के पौधे राजस्थान में मन्दिरों व अन्य धार्मिक स्थलों के पास प्रायः पवित्र कुंजों (Sacred groves) में ही पाये जाते हैं। राजस्थान में केवड़ा कुंज अलवर जिला में गोला-का-बास ग्राम के पास भानगढ़, उदयपुर जिले में तनेश्वर महादेव (परसाद), बड़ी तालाब, झामेश्वर मन्दिर, इसवाल के पास गौतमेश्वर महादेव, घसियार के पास कुण्डेश्वर महादेव, मदार बांध आदि जगहों पर उपस्थित हैं परन्तु भानगढ़ का केवड़ा कुंज राजस्थान में सर्वाधिक प्राचीन एवं सर्वाधिक बड़ा है। यहां केवड़ा बड़े-बड़े वृक्षों के रूप में विद्यमान है। भानगढ़ के केवड़े राजस्थान में सबसे बड़े केवड़ा वृक्षों के उदाहरण हैं। उदयपुर जिले से परसाद के पास तनेश्वर महादेव का केवड़ा कुंज भी बहुत अच्छा है। यहाँ वर्णित सभी जगह केवडा कुंज धार्मिक स्थलों के पास होने से संरक्षित हैं।

(12) **हस्तीकर्ण हथनी** (*Leea macrophylla* , **Family Leeaceae**) :

हस्तीकर्ण राजस्थान में अभी तक केवल दो अभयारण्यों एवं फुलवारी में देखा गया है। सीतामाता में भागी बावड़ी में सीताराम मंदिर के बीच नम, छायादार जगहों पर, खास तौर से प्रवाहमान नालों के किनारे इस विशाल आकार के पत्ते वाले पौधे की उपस्थिति देखी गयी है। फुलवारी अभयारण्य में बीरोठी (हरवा वन खण्ड) एवं अभयारण्य के उत्तरी छोर पर लादन वन खण्ड में हस्तीकर्ण विद्यमान है। राजस्थान

के सबसे ज्यादा हस्तीकर्ण पौधे सीतामाता अभयारण्य में विद्यमान हैं। अत्यंत सीमित क्षेत्र में उपस्थित होने से राजस्थान का यह दुर्लभ पौधा है।

मुम्बई के पास बोरीवली राष्ट्रीय उद्यान से राजस्थान के दोनों अभयारण्यों के मुकाबले इस प्रजाति के पौधों में पत्तियों की संख्या एवं ऊँचाई भी अपेक्षाकृत अधिक होती है। ऐसा सम्भवतः राजस्थान में अपेक्षाकृत छोटी वर्षा ऋतु व कम वर्षामान के कारण होता है।

(13) मस्करा (*Sterculia colorata*, Family Sterculiaceae) :

राजस्थान में माउन्ट आबू, फुलवारी अभयारण्य, झाड़ोल एवं कोटड़ा रेंज के वन क्षेत्र तथा कुंभलगढ़ अभयारण्य में यह वृक्ष कहीं-कहीं पहाड़ी ढ़ालों पर मिलता है। गर्मियों में पूर्ण पतझड़ के बाद इसमें लाल-सिन्दूरी फूलों के गुच्छे लगते हैं। इस जाति के पौधे झाड़ोल में पाबा, कमलनाथ, सोमघाटा (पश्चिम ढाल),कोटड़ा (खोखरिया की नाल) आदि वन क्षेत्रों में देखे गये हैं। यह राजस्थान में एक दुर्लभ वृक्ष है।

(14) पदन बोर (*Capparis grandis*, Family Capparaceae) :

यह वृक्ष अजमेर, पाली, माउन्ट आबू, उदयपुर एवं जोधपुर जिलों में ज्ञात है तथा एक दुर्लभ वृक्ष है। दक्षिण अरावली में इस जाति के पौधे मादड़ी वन खण्ड, देवली वन खण्ड (भडेर बावसी, फुलवारी अभयारण्य), नाल सान्डोल अरावली वनौषधि उद्यान आदि जगहों पर विद्यमान हैं। कुंभलगढ़ अभयारण्य में आरेठ गेट से ठंडीबेरी वन मार्ग पर इस प्रजाति के अनेकों वृक्ष उपस्थित हैं।

(15) अकंपे प्रिमोरसा (*Acampe praemorsa*, Family Orchidacea) :

यह दुर्लभ उपरिरोही आर्किड फुलवारी अभयारण्य की पानरवा रेंज में लथूनी-डैया वनपथ पर कटावली वाली जेर, टिन्डूरी, केवल आदि स्थानों/गाँवों के आस-पास महुओं पर विद्यमान है। यह राजस्थान में इस प्रजाति की प्रथम उपस्थिती है (JBNHS) को प्रकाशनार्थ प्रेषित)।

(16) पीला पलाश (*Butea monosperma* var. *leutea*, Family Fabaceae) :

पीले फूलों का पलाश अभी तक केवल दक्षिण राजस्थान में उदयपुर जिले में ही ज्ञात हैं। झाड़ोल तहसील के इस प्रजाति को पारगियावाड़ा मोहम्मद फलासिया, पाथरपाडी. (वन नाका के पास), पीपलवास में देखा गया है। (JBNHS को प्रकाशनार्थ भेजा)। आबू रोड़ के पास गुजरात -राजस्थान सीमा पर भी एक वृक्ष है। स्थानीय लोग इसे "धोलाा खाखारा" के नाम से जानते हैं एवं सौभाग्यशाली वृक्ष मानते हैं। इस वृक्ष की छाल व गौंद स्थानीय लोगों द्वारा कई रोगों के इलाज में

काम लिया जाता है।

(17) **जई बेल या शीशमबेल (*Dalbergia volubilis*, Family Fabaceae) :**
यह काष्ठीय लता उदयपुर जिले की केवल झाड़ोल तहसील में ज्ञात हुई है। यह लता कमलनाथ वन खण्ड में शनिदेव मन्दिर के पास, एक लता फुलवारी अभयाएण्य की पानरवा रेंज में नालवा-डैया वन मार्ग पर कटावली वाली जेर में, एक लता सोम वन खण्ड मे आमलेटा गाँव के पश्चिम में पहाड़ी पर देखी गयी है। दर्जन भर से ज्यादा प्राचीन व विशाल आकार की लताएँ फुलवाड़ी अभयारण्य में "फुलवाड़ी नाल" में सालभर प्रवाहित होने वाले नाले के किनारे अर्द्धसदाबहार प्रजातियों के कुंज में उपस्थित हैं। फुलवाड़ी अभयारण्य का "फुलवाड़ी नाल' क्षेत्र शीशम बेल का दर्शनीय स्थल है एवं राज्य की सबसे ज्यादा, सबसे प्राचीन एवं सबसे विशाल शीशम बेल इसी जगह उपस्थित हैं।

उदयपुर जिले मे झाड़ोल तहसील में खाखरा खेड़ा गाँव के पास एक देवरे (धार्मिक स्थल) के पास पलाश, सालूखेड़ा गाँव में रौंझ (*Acacia leucophloea*), मालपुर गाँव में बेर (*Ziziphus mauritiana*) , गिर्वा तहसील में अमरखजी धार्मिक स्थल पर चुरैल (*Holoptelea integrifolia*) के वृक्षों को देखने से लगता है ये भी राजस्थान के अपनी-अपनी प्रजाति के सर्वाधिक विशाल वृक्ष हैं। झाड़ोल तहसील में कमलनाथ वन खण्ड में कमलनाथ एवं शनि देव मंदिर के मध्य नाले में विभिन्न आयुवर्गों के जीवापूता (*Putranjiva rouxburghia*) वृक्ष उपस्थित हैं।इसी तरह कोटड़ा तहसील में ढ़ेडमारिया वन खण्ड के पास नाले में भी जीवापूता के विभिन्न आयुवर्गों के अनेकों वृक्ष उपस्थित हैं। हो सकता है कभी यहाँ जीवापूता मंदिरों में "मंदिर वृक्ष "(Sacred tree) के रूप मे रोपित किया गया हो लेकिन अब दोनों जगह इसका प्राकृतिककरण हो चुका है तथा नालों के किनारे नये पौधे स्वतः पनप रहे हैं।

परिणाम तथा विवेचना

अध्ययन के दौरान पाया गया कि अधिकांश विशाल वृक्ष ।कसी न किसी धार्मिक स्थल के पास स्थित पवित्र कुंजों मे ही मिले हैं। धार्मिक आस्था एवं सामाजिक मान्यताओं के वश लोग धर्मस्थलों के पास वृक्षों को नहीं काटते जिससे पवित्र कुंजों में विशाल आकार के वृक्ष उपलब्ध होते हैं। ये विशाल वृक्ष कौतूहल का कारण भी बन जाते हैं तथा कुजों में आने वाले लोग भले ही धार्मिक कार्यों से आते हों परन्तु उन विशाल वृक्षों को देखना नहीं भूलते । यदि पूरे राज्य में प्रत्येक प्रजाति के विशाल वृक्षों का चयन कर वृक्ष की आयु, प्रजाति, उपयोग आदि समस्त जानकारी वाले सूचना पट्ट लगवा दिये जायें तो संरक्षण व जनजागृति

की मुहिम को अच्छी दिशा मिल सकती है। हालांकि हर प्रजाति के सबसे बड़े विशाल वृक्ष का चयन कोई आसान कार्य नहीं है लेकिन एक बार सिलसिला शुरू करने पर हर प्रजाति के प्रत्येक जिले में विशाल वृक्षों की सूचना मिलनी प्रारंभ हो जायेगी तथा सबकी तुलना करने से किसी एक वृक्ष को प्रजाति विशेष का राज्य का विशाल वृक्ष घोषित किया जा सकता है। इसी प्रकार से हर जिले के विशाल वृक्षों को भी संरक्षित करने का सिलसिला प्रारम्भ किया जाना चाहिए।

भारत सरकार के पर्यावरण एवं वन मंत्रालय ने भी 1994 से महावृक्ष पुरस्कार प्रारंभ किये हैं। इस पुरस्कार अन्तर्गत प्रजाति विशेष के देश से सर्वाधिक विशाल वृक्ष का चयन कर सूचना प्रदाता को पुरस्कृत तथा वृक्ष को संरक्षित किया जाता है। इसी तरह राज्य स्तरीय महावृक्ष पुरस्कार राज्यों में प्रारंभ हो जावें तो वन संरक्षण को अधिक व्यापक गति मिल सकती है।

राज्य में नई प्रजातियों के ज्ञात वितरण क्षेत्रों का विस्तार यदि सीमित हो, तो उनका भी प्रभावी संरक्षण जरूरी है।

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखक श्री आर॰ जी॰ सोनी , श्री अरूण सेन, श्री एम॰ एल॰ मीना, श्री राहुल भटनागर, श्री के॰ एस॰ गुप्ता श्री पी॰ एस॰ चुण्डावत डॉ॰ एस॰एस॰ कटेवा, डॉ॰ छाया भटनागर, श्री कुबेरसिंह, श्री कालूलाल पारगी, डॉ॰ (स्वर्गीय) प्रभाकर जोशी, डॉ॰ योगेश श्रीवास्तव, डॉ॰ सीताराम खण्डेलवाल, श्री हरेन्द्रसिंह सोलंकी, श्री लल्लूलाल सैनी, डॉ॰ बद्रीलाल चौधरी , डॉ॰ अनिता जैन, पल्लवी जोशी का बहुत आभारी है जिनकी प्रेरणा व सहयोग से सर्वे कार्य सम्पन्न हुआ एवं जारी है।

निर्देश

1. ब्रान्डिस, डी॰ - दं फोरेस्ट फ्लौरा ऑफ नॉर्थ-वेस्ट एण्ड सेन्ट्रल इन्डिया (रीप्रिन्ट), 1972

2. शेटटी, बी॰ वी॰ तथा वी॰ सिंह - फलोरा ऑफ राजस्थान : भाग 1,2 एवं 3 (1987, 1991, 1993)

3. शर्मा, एस॰ के॰ - JBNHS, 2001, 98(3), 493

4. शर्मा, एस॰ के॰ - Indian J. of Envi. Soi 2001, 5(1) , 97-100

5. शर्मा, एस॰ के॰ - JBNHS, 2002 , 99(1), 152-53

6. शर्मा, एस॰ के॰ - JBNHS , 2002, 99(1), 156

7. शर्मा, एस॰ के॰ - JBNHS, 2002, 99(1) ,157

8. टालबोट, डब्ल्यू ए॰ - फॉरेस्ट फ्लोरा ऑफ दॅ बॉम्बे प्रेसिडेन्सी एण्ड सिन्ध : भाग (प्रथम) (रिप्रिन्ट) 1976

लेखकों से निवेदन

- विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका में वे ही अनुसन्धान लेख छापे जा सकेंगे, जो अन्यत्र न तो छपे हैं और न आगे छापे जायँ। प्रत्येक लेखक से इस सहयोग की आशा की जाती है कि इसमें प्रकाशित लेखों का स्तर वही हो जो किसी राष्ट्र की वैज्ञानिक अनुसन्धान पत्रिका को होना चाहिए।
- लेख नागरी लिपि और हिन्दी भाषा में पृष्ठ के एक ओर ही सुस्पष्ट अक्षरों में लिखे अथवा टाइप किये आने चाहिए तथा पंक्तियों के बीच में पार्श्व संशोधन के लिये उचित रिक्त स्थान होना चाहिए।
- अंग्रेजी में भेजे गये लेखों के अनुवाद का भी कार्यालय में प्रबन्ध है। इस अनुवाद के लिये पाँच रुपये प्रति मुद्रित पृष्ठ के हिसाब से पारिश्रमिक लेखक को देना होगा।
- लेखों में साधारणतया यूरोपीय अक्षरों के साथ रोमन अंकों का व्यवहार भी किया जा सकेगा, जैसे (K_4FeCN_6) अथवा ($\alpha\beta_1\gamma^4$) इत्यादि। रेखाचित्रों या ग्राफों पर रोमन अंकों का भी प्रयोग हो सकता है।
- ग्राफों और चित्रों में नागरी लिपि में दिये आदेशों के साथ यूरोपीय भाषा में भी आदेश दे देना अनुचित न होगा।
- प्रत्येक लेख के साथ हिन्दी में और अंग्रेजी में एक संक्षिप्त सारांश (Summary) भी आना चाहिए। अंग्रेजी में दिया गया यह सारांश इतना स्पष्ट होना चाहिए कि विदेशी संक्षिप्तियों (Abstract) में इनसे सहायता ली जा सके।
- प्रकाशनार्थ चित्र काली इंडिया स्याही से ब्रिस्टल बोर्ड कागज पर बने आने चाहिए। इस पर अंक और अक्षर पेन्सिल से लिखे होने चाहिए। जितने आकार का चित्र छापना है, उसके दुगने आकार के चित्र तैयार होकर आने चाहिये। चित्रों को कार्यालय में भी आर्टिस्ट से तैयार कराया जा सकता है, पर उसका पारिश्रमिक लेखक को देना होगा।
- लेखों में निर्देश (Reference) लेख के अन्त में दिये जायेंगे। पहले व्यक्तियों के नाम, जर्नल का संक्षिप्त नाम, फिर वर्ष, फिर भाग (Volume) और अन्त में पृष्ठ संख्या। निम्न प्रकार से

  फॉवेल, आर॰ आर॰ तथा म्युलर, जे॰, **जाइट फिजिक॰ केमि॰,** 1928,**150**,80
- प्रत्येक लेख के 50 पुनर्मुद्रण (रिप्रिन्ट) एक सौ रूपये दिये जाने पर उपलब्ध हो सकेंगे।
- लेख "सम्पादक, विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका, विज्ञान परिषद्, महर्षि दयानन्द मार्ग, इलाहाबाद-2" इस पते पर आने चाहिए। आलोचक की सम्मति प्राप्त करके लेख प्रकाशित किये जाएँगे।

प्रबन्ध सम्पादक